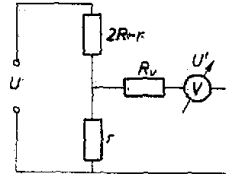


Először áttekinthetőbb ábrát készítünk és bevezetjük az $r = r_1 + r_2$ jelölést.



2. ábra

Az r ellenállásnak és a voltmérő belső ellenállásának párhuzamos eredője

$$\frac{rR_V}{r + R_V}.$$

Az egész áram (ami a telepből folyik)

$$I = \frac{U}{(2R - r) + \frac{r \cdot R_V}{r + R_V}}$$

(a nevező az egész kör eredő ellenállása).

A műszer által mért feszültség:

$$U' = I \frac{rR_V}{r + R_V} = U \frac{1}{1 + \frac{r + R_V}{r \cdot R_V}(2R - r)}.$$

Az igen nagy belső ellenállású voltmérőn mért feszültség nyilván

$$U'_0 = U \frac{r}{2R}.$$

Teljesülnie kell minden r értékre, hogy az U' relatív eltérése U'_0 -tól kisebb legyen, mint ε :

$$\frac{U'_0 - U'}{U'_0} < \varepsilon.$$

Behelyettesítve

$$1 - \frac{2RR_V}{-r^2 + 2Rr + 2RR_V} < \varepsilon,$$

vagyis (a nevező pozitív, mivel $r \leq 2R$)

$$(1 - \varepsilon)(-r^2 + 2Rr + RR_V) < 2RR_V.$$

R_V -t kifejezve:

$$R_V > \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{2Rr - r^2}{2R}.$$

Ennek az egyenlőtlenségnek r minden 0 és $2R$ közé eső értékére teljesülnie kell. Látható a $2Rr - r^2 = R^2 - (R - r)^2$ átalakítással, hogy a jobb oldal akkor a legnagyobb, ha $r = R$. Tehát

$$R_V > \frac{1}{2}R \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}$$

(Ha $\varepsilon \ll 1$, akkor az $R_V > \frac{R}{2\varepsilon}$ megkötés adódik.)

Behelyettesítve a számértékeinket:

$$R_V > 50 \text{ k}\Omega.$$

Battha László (Bp. Eötvös J. g. IV. o. t.) dolgozata alapján