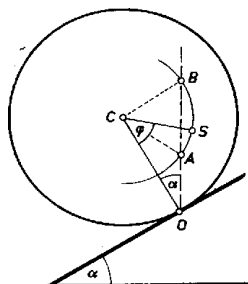


Készítsük el 1. ábránkat úgy, hogy a henger C középpontját ugyanott tartjuk és gondolatban húzzuk a lejtőt fel-le.



1. ábra

Ekkor az S súlypont $CS = r$ rádiuszú köríven mozog és a henger legördülésének mértékét a $\varphi = \angle OCS$ adja meg. A henger súlyából származó forgatónyomaték erőkarja egyenlő S -nek az O érintkezési pontban emelt függőlegestől való merőleges távolságával. Egyensúly esetében S súlypontnak A vagy B pontban kell lennie. Ez csak akkor lehetséges, ha $r \geq R \sin \alpha$.

Az A ponthoz tartozó φ legördülési szöget az OAC háromszögből határozzuk meg:

$$\frac{\sin(\alpha + \varphi_m)}{\sin \alpha} = \frac{R}{r}.$$

Ennek megoldása:

$$\cos \varphi_m = \frac{R \sin^2 \alpha}{r} \cdot \left[1 \pm \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{\left(\frac{r}{R \sin \alpha}\right)^2 - 1} \right].$$

A súlypont minimumánál (A)

$$\cos \varphi_m = 0,8953, \quad \varphi_m = 26,45^\circ = 0,462 \text{ radián},$$

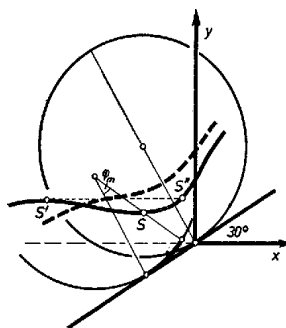
a súlypont maximumánál (B)

$$\cos \varphi_m = -0,0621, \quad \varphi_m = 93,56^\circ = 1,63 \text{ radián},$$

Ha O -ba helyezzük a koordinátarendszer kezdőpontját és keressük, hogy a legördülő henger súlypontja milyen görbén mozog, akkor kapjuk a súlypontpálya görbéjének (egy ún. cikloisznak) paraméteres egyenletét:

$$\begin{aligned} x &= -R \cos \alpha \cdot \varphi - R \sin \alpha + r \sin(\alpha + \varphi), \\ y &= -R \sin \alpha \cdot \varphi + R \cos \alpha - r \cos(\alpha + \varphi). \end{aligned}$$

A súlypont pályáját a 2. ábra folytonos vonala mutatja.



2. ábra

S -ben van a minimum (A), S' -ben a maximum (B). Ha úgy helyezzük a hengert a lejtőre, hogy súlypontja a pálya $S'S''$ részén legyen, akkor a henger nem gurul le, hanem lengéseket végez S helyzet körül (lejtőre helyezett „keljfel-Jancsi”). Ha a súlyponttávolság $r = 4$ cm, akkor a súlypont a szaggatott vonallal feltüntetett pályán mozog és nincs minimum, a henger legurul ($r < R \sin \alpha$).