A golyót v_0 sebességgel és az autók mozgásirányára merőleges egyenessel α szöget bezáró irányba lövik ki. Mindkét autónak ekkor $\sqrt{2al}$ sebessége van és a golyó a két sebesség vektori összegének megfelelő sebességgel fog mozogni. A golyó $t = L/(v_0 \cdot \cos\alpha)$ idő múlva találja el a másik autót. Ezalatt az autók $s = \sqrt{2al} \cdot t + a \cdot t^2/2$ utat tesznek meg. Ekkora utat kell megtennie a golyónak is az autók mozgásirányában. A golyó által ebben az irányban megtett út $(\sqrt{2al} + v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot t$, így

$$\sqrt{2al} \cdot t + a \cdot t^2/2 = (\sqrt{2al} + v_0 \sin\alpha) \cdot t.$$

Látható, hogy a $\sqrt{2al} \cdot t$ útösszetevő kiesik az összefüggésből. Ez azzal a fizikai tartalommal bír, hogy az eredmény független attól, hogy a jelenséget a kilövés pillanatában nulla vagy $\sqrt{2al}$ (illetve tetszőleges) sebességű vonatkoztatási rendszerben írjuk-e le. A kilövés szöge nem függ a megtett úttól.

A számítást tovább folytatva és az összefüggésbe beírva a repülési idő kifejezését

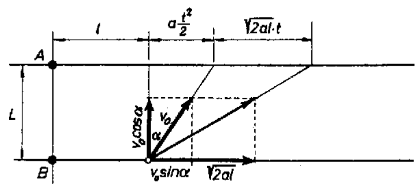
$$a \cdot L/(2 \cdot v_0 \cdot \cos\alpha) = v_0 \cdot \sin\alpha,$$

és a kétszeres szögre vonatkozó összefüggést felhasználva

$$sin 2\alpha = a \cdot L/v_0^2.$$

Az összefüggés analitikus tulajdonságait megvizsgálva látható, hogy megoldás csak akkor van, ha $v_0^2 \geq a \cdot L$, tehát a golyó sebességének egy minimális értéket el kell érnie. Ha $v_0^2 = a \cdot L$, akkor $\alpha = 45°$, ha $v_0^2 > a \cdot L$, α-ra két értéket kapunk, amelyek egymás pótszögei. Ha $a = 0$, vagyis az autó egyenletesen mozog, akkor $\alpha = 0$, a golyót az útra merőlegesen kell kilőni.

Büttner György (Esztergom, I. István g. II. o. t.)



Megjegyzések. 1. A megtett utak és a két út közötti távolság által bezárt derékszögű háromszögben felírva a Pythagoras–tételt és a tangens összefüggést

$$(a \cdot t^2/2)^2 + L^2 = (v_0 \cdot t)^2,$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a \cdot t^2/2}{L},$$

a repülési idő kiküszöbölhető és

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - a^2 \cdot L^2}}{a \cdot L}.$$

Fischer Ágnes (Bp., Móricz Zs. g. I. o. t.)

2. Más végösszefüggést kapunk, ha az $a \cdot L/(2 \cdot v_0 \cdot \cos\alpha) = v_0 \cdot \sin\alpha$ összefüggésben a $\cos\alpha$-t sinusfüggvénnyel helyettesítjük. Ekkor $\sin\alpha$-ra másodfokúra redukálható negyedfokú egyenletet kapunk, amelyből

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 - a^2 \cdot L^2/v_0^4}}{2}}.$$

Fialovszky Alice (Bp., Patrona Hungarise g. II. o. t.)

3. Írjuk le az eredményeket a gyorsuló autóhoz (B) rögzített vonatkoztatási rendszerben. Ebben a rendszerben minden esemény úgy zajlik le, mint egy nyugvó koordináta–rendszerben, amelyben az autóút irányában egy a gyorsulású, a gravitációhoz hasonló erő hat. Az A autó ebben a rendszerben nyugalomban van. A feladat így visszavezethető egy olyan ferde hajításra, ahol azt a hajítási szöget keressük, amely mellett a v_0 kezdősebességű golyó L távolságra esik le. A ferde hajítás távolsága

$$L = v_0^2 \cdot \sin 2\alpha/a \text{ és ebből} \quad \sin 2\alpha = a \cdot L/v_0^2.$$

Faragó László (Bp., Fazekas M. g. II. o. t.)

4. Néhányan úgy értelmezték a feladatot, hogy az autók egymással szemben haladnak. A feladat ekkor negyedfokú egyenletre vezet.