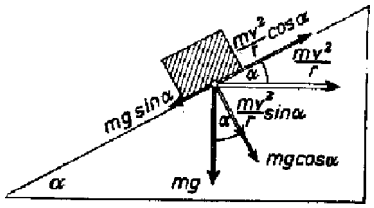
Az autó akkor nem csúszik ki, ha a súrlódási erő maximális értéke egyenlő vagy nagyobb, mint a súly- és centrifugális erő lejtő irányú komponensei előjeles összegének abszolút értéke:

$$\mu m\left(g\cos\alpha+\frac{v^2}{r}\sin\alpha\right)\geq\left|g\sin\alpha-\frac{v^2}{r}\cos\alpha\right|m.$$



1. A minimális sebességre a következő feltételt írhatjuk fel:

$$\mu\left(g\cos\alpha+\frac{v^2}{r}\sin\alpha\right)\geq g\sin\alpha-\frac{v^2}{r}\cos\alpha$$
$$\frac{v^2}{r}(\mu\sin\alpha+\cos\alpha)\geq g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha.$$
$$(v=0\text{ esetén }\mu\cos\alpha\geq\sin\alpha,\quad\text{vagyis}\quad\mu\geq\operatorname{tg}\alpha)$$

Így

$$v_{\min}^2=\frac{gr(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{\mu\sin\alpha+\cos\alpha}.$$

2. A maximális sebesség feltétele:

$$\mu\left(g\cos\alpha+\frac{v^2}{r}\sin\alpha\right)\geq\frac{v^2}{r}\cos\alpha-g\sin\alpha,$$
$$(\cos\alpha-\mu\sin\alpha)\frac{v^2}{r}\leq\mu g\cos\alpha+g\sin\alpha.$$

(Ha $\cos\alpha\leq\mu\sin\alpha$, azaz $\operatorname{ctg}\alpha\leq\mu$, akkor v tetszőleges lehet.)

$$v_{\max}^2=\frac{gr(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}.$$

Így v-re kapjuk:

$$\sqrt{\frac{gr(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}{\mu\sin\alpha+\cos\alpha}}\leq v\leq\sqrt{\frac{gr(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha-\mu\sin\alpha}}.$$

A $\mu=\operatorname{tg}\alpha_0$ jelölést bevezetve:

$$\sqrt{rg}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha_0}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha_0}}\leq v\leq\sqrt{rg}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha_0}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\alpha_0}},$$
$$\sqrt{rg\ \operatorname{tg}(\alpha-\alpha_0)}\leq v\leq\sqrt{rg\ \operatorname{tg}(\alpha+\alpha_0)}.$$

Ha a lejtő hajlásszöge olyan, hogy $\mu\geq\operatorname{tg}\alpha$ és $\mu\geq\operatorname{ctg}\alpha$, akkor a kocsi nem csúszik ki, bármilyen sebességgel is halad.

Szőkefalvi-Nagy Ágnes (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.) dolgozata alapján.