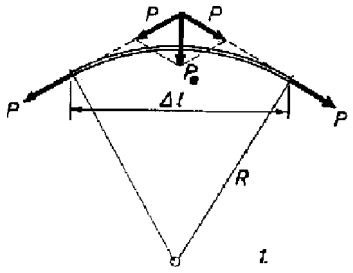
I. megoldás. Osszuk fel a láncot Δl ívhosszúságú részekre (1. ábra). Erre az ívre egy P_e nagyságú erő hat. Mivel q kicsi, a lánc többi részének ezen Δl hosszúságú szakaszra gyakorolt hatását Q mellett el lehet hagyni. Coulomb törvénye értelmében $\left(F = k\frac{e_1 e_2}{r^2}\right.$, k függ az egységrendszertől, CGS-ben $k = 1$, és Giorgi rendszerben $\left. k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$, a Q nagyságú töltés ezen szakaszra

$$P_e = k\frac{q\frac{\Delta l}{2\pi R}Q}{R^2} \text{ erővel hat,}$$

ahol $q\frac{\Delta l}{2\pi R}$ a Δl szakaszon levő töltés.



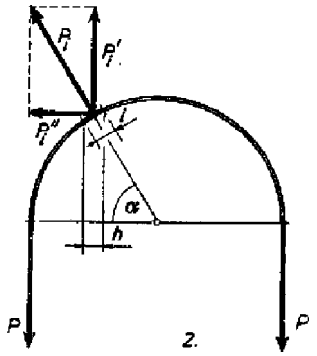
1.

Ezzel az erővel tart egyensúlyt a P feszítőerő. Feltételezve, hogy az ív kicsi, hasonló háromszögekből adódik, hogy

$$\frac{P}{P_e} = \frac{R}{\Delta l}, \qquad \text{innen} \qquad P = P_e\frac{R}{\Delta l}, \qquad \text{azaz} \qquad P = k\frac{qQ}{2\pi R^2}.$$

Ekkora erő feszíti a láncot.

Augusztinovicz Fülöp (Sopron, Széchenyi g. IV. o. t.)



2.

II. Megoldás. Felezzük meg a kört átmérője mentén, és osszuk fel az átmérőt h nagyságú darabokra. Az ívhez tartozó sugár átmérővel bezárt szöge legyen α (2. ábra). Ekkor, ha az ív nem túl nagy, $i = \frac{h}{\sin\alpha}$ hosszúságú, és ezen $q\frac{i}{2R\pi}$ töltés van.

Coulomb törvénye alapján az ívre ható erő

$$P_i = k\frac{Qq\frac{i}{2R\pi}}{R^2}.$$

Ezen erők összegének kell egyensúlyt tartania a feszítőerőkkel. Az ábrán látható, hogy az erők P_i'' vízszintes komponensei szimmetria meggondolásokból összegezéskor kiesnek, a függőleges komponensekre pedig $2P = \Sigma P_1'$ összefüggés áll fenn.

Mivel

$$P_i' = P_i\sin\alpha = k\frac{Qq\frac{i}{2R\pi}}{R^2}\frac{h}{i} = k\frac{Qqh}{2\pi R^3}$$

az összegezést elvégezve:

$$2P = k\frac{Qq2R}{2\pi R^3}, \qquad P = k\frac{Qq}{2\pi R^2}.$$

Tegze Judit (Bp., Kölcsey F. g. III. o. t.)

Megjegyzés. A feladat megoldása analóg azzal, mikor egy kör alakú edényben

$$P = \frac{k\dfrac{Qq}{R^2}}{2R\pi}$$

nyomású folyadék van, és a kerületi feszítőerőt keressük.

III. megoldás. A láncot a Coulomb-féle erők tágítani igyekeznek. Ezek az erők sugárirányúak, és sugárirányú komponensük, azaz abszolút értékük összege

$$P' = k\frac{Qq}{R^2}.$$

Ha lánc ΔR-rel kitágul, akkor a végzett munka

$$L = P'\Delta R = k\frac{Qq}{R^2}\Delta R. \tag{1}$$

Ezzel a P' erővel tart egyensúlyt a láncban a feszítőerő, P. Tehát a munkát felírhatjuk úgy, mintha a P erő végezte volna. Mivel a P irányban a nyúlás $2\pi\Delta R$, a munka

$$L = P2\pi\Delta R. \tag{2}$$

Az (1) -et (2) egyenletből

$$P = \frac{kQq}{2\pi R^2}.$$

Diósi Lajos (Bp., Apáczai Csere J. g. III. o. t.)