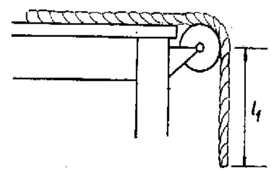
I. megoldás. Legyen a kötél egységnyi hosszának tömege m. Az asztalról lelógó kötél súlya $G = l_1 mg$, a súrlódási erő $P_s = (l_0 - l_1)\mu mg$. A megindulás feltétele, hogy $G \geq P_s$ teljesüljön. Ebből átrendezve

$$l_1 \geq \frac{l_0}{1+\mu}. \tag{1}$$



A kötél kérdezett sebességét a legkönnyebben az energiamegmaradás elve alapján számíthatjuk ki.

A helyzeti energia megváltozása a súlypont süllyedésének következménye. Az energia kezdeti értéke

$$E_1 = -mgl_1(l_1/l_2) = -mgl_1^2/2,$$

végső értéke

$$E_2 = -mgl_0^2/2,$$

ha az asztal lapját tekintjük a vonatkoztatási szintnek. Az energianyereség

$$\Delta E = \frac{mg}{2}(l_0^2 - l_1^2).$$

A mozgás során ez súrlódási hővé, ill. mozgási energiává alakul:

$$E_{\text{kin}} = l_0 mv^2/2,$$
$$E_{\text{surl}} = P_s(l_0 - l_1).$$

A súrlódási erő a mozgás folyamán egyenletesen változik, átlagértéke

$$P_{s\ \text{átl}} = (l_0 - l_1)\mu mg/2,$$

evvel számolva megkapjuk a súrlódási veszteséget. Tehát a

$$\Delta E = E_{\text{kin}} + E_{\text{surl}}$$

egyenletből a fönti kifejezések behelyettesítésével v-t kifejezhetjük:

$$v = \sqrt{g(l_0 - l_1)[l_1 + l_0 - \mu(l_0 - l_1)]/l_0}.$$

Ha a kötél saját súlya alatt éppen megindul, vagyis (1)-ben az egyenlőség jele érvényes, a sebesség

$$v_{\text{határ}} = \sqrt{gl_0 \frac{\mu(2-\mu)}{1+\mu}}.$$

Simon János (Sopron, Széchenyi I. g. III. o. t.)

II. megoldás. A kötél sebességét a mozgásegyenletek segítségével is kiszámíthatjuk. Minthogy a gyorsító erő a mozgás folyamán egyenletesen változik, számolhatunk ennek átlagával, mely a kezdeti és végső érték számtani közepe lesz. A nehézségi erő átlaga

$$G_{\text{átl}} = mg\frac{l_1 + l_0}{2},$$

a súrlódási erő átlaga

$$P_{s\ \text{átl}} = mg\mu\frac{l_0 - l_1}{2}.$$

A gyorsító erő

$$P_{\text{gy}} = \frac{mg}{2}[l_1(1+\mu) + l_0(1-\mu)],$$

a gyorsulás $a = P_{\text{gy}}/\text{m}$, innen, alkalmazva a $v = \sqrt{2as}$ összefüggést, átrendezéssel kapjuk a megoldást.

Jung József (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.)