Ismeretes, hogy harmonikus rezgőmozgás esetén, ha az időt a nyugalmi helyzeten való áthaladástól számítjuk,

$$v = A\cos\omega t, \qquad \text{és} \qquad a = -A\omega^2 \sin\omega t.$$

Ezekből $v_{\max} = A\omega$ és $|a_{\max}| = A\omega^2$. A két egyenletet elosztva:

$$\omega = \frac{a_{\max}}{v_{\max}}. \tag{1}$$

a) Azt az időt keressük, mikor

$$|v| = |A\omega\cos\omega t| = v_{\max}/2 = A\omega/2.$$

Ezért a következő két egyenlet gyökei adják a megoldást.

$$\cos\omega t = 1/2, \qquad \text{illetve} \qquad \cos\omega t = -1/2,$$

Ezek megoldásai

$$\omega t = \pm\pi/3 + 2k\pi, \quad \omega t = \pm 2\pi/3 + 2k\pi \quad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)$$

A két egyenlet megoldásaiból és (1)-ből adódik

$$t'_v = \left(\frac{3k \pm 1}{3}\right)\frac{\pi v_{\max}}{a_{\max}}. \tag{2}$$

Mivel a szélső helyzettől mért időt kell számolnunk, ezért el kell az egészet egy negyed periódussal, azaz $\pi/2$-vel tolni, így a kérdezett idő

$$t'_v = \left(\frac{6k \pm 1}{6}\right)\frac{\pi v_{\max}}{a_{\max}} \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Ha figyelembe vesszük, hogy a szélső helyzettől számított időre vagyunk kíváncsiak, és a sinus görbe a cosinus görbének negyed periódussal való eltolásával származtatható, a kérdezett idők a következő egyenlet gyökei:$|\cos\omega t| = 1/2$. Ennek megoldása (2), azaz

$$t_a = \left(\frac{3k \pm 1}{3}\right)\frac{\pi v_{\max}}{a_{\max}} \qquad (k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Steindl Rezső (Zirc, Gimnázium, III. o. t.)