

A fonalakban fellépő P erők a szimetriaviszonyok miatt egyenlő nagyságúak, s vízszintes komponenseik egyensúlyban vannak. Így elég a függőleges vetületekkel számolni. Ha a fonál hosszát ℓ -el, a kampók távolságát d -vel jelöljük, akkor az 1. ábra szerinti α szögre fennáll, hogy

$$\sin \alpha = \frac{OA}{AS} = \frac{d \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}}{\ell} = \frac{d}{\sqrt{3} \cdot \ell}.$$

P erő függőleges komponense

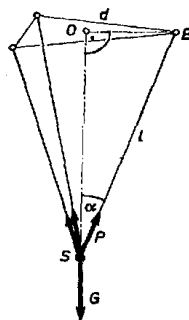
$$P' = P \cdot \cos \alpha = P \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = P \sqrt{1 - \frac{d^2}{3\ell^2}}.$$

Ez a súly harmadrésével tart egyensúlyt, így $G/3 = P'$, ahonnan

$$P = \frac{G}{3\sqrt{1 - \frac{d^2}{3\ell^2}}}$$

Numerikus adatokkal

$$P = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{26}} \approx 3,39 \text{ kp.}$$

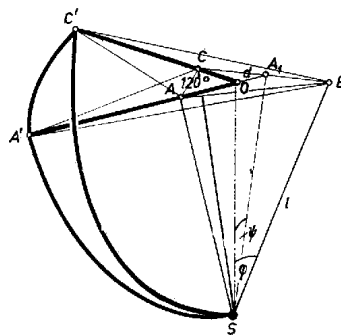


1. ábra

A feladat második részének tárgyalásánál meg kell vizsgálni, hogy a felfüggesztett test milyen módon mozdulhat el oldalirányban. Két minőségileg különböző eset van:

- a mozgás közben két fonál feszes marad,
- csak egyetlen fonál gyakorol erőt a testre.

A 2. ábrán látható a test mozgási felülete. A szimmetria miatt csak egy tér-harmadot ábrázoltunk.



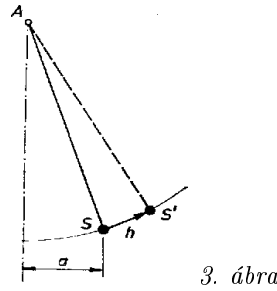
2. ábra

Ha az A és B pontokból kiinduló fonál feszül, akkor a test pályája az SC' , ha a B és C pontokhoz tartozó fonál feszes, akkor az SA' . Ha csak a B -hez tartozó fonál feszül, akkor a lehetséges pálya az $SA'C'$ pontok által határolt gömbfelület-darabon helyezkedik el, melynek középpontja B . A teljes kényszerfeltételt a fenti és még két gömbfelület-rész képviseli, melyek a fentihez az OSA' és OSC' síkoknál kapcsolódnak.

A test pályája egy körív, mely az S pontból indul ki. Könnyű belátni, hogy ezen körívek S pontbeli érintői közül a vízszintessel az SA' (vagy SC') körív érintője zár be legkisebb szöget (Ψ) és az OSB síkban levő érintő (középeset) a legnagyobb szöget (φ). Ez azért lényeges, mert az első esetben lehet a legkisebb erővel kimozdítani a testet.

Vizsgáljuk ezek után az SA' -n történő mozgást S kis környezetében! A körpálya sugara SA_1 , amelynek hossza

$$r = SA_1 = \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}. \text{ Szükség van még az } a = OA_1 = \frac{AA_1}{3} = \frac{d\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{d}{2\sqrt{3}} \text{ értékre.}$$



Az ingamozgás összefüggéseit használhatjuk, mivel a C és B pontokhoz tartozó fonál helyettesíthető egyetlen r hosszúságú, A_1 -ben rögzített fonallal (3. ábra).

Ahhoz, hogy a testet S pontból kimozdítsuk, $P_s = G \frac{a}{r}$ erőre van szükség. Ha viszont azt akarjuk, hogy a test S' pontba kerüljön és ott stabilan megmaradjon, ahhoz $P'_s = G \frac{a+h}{r}$ erőre van szükség ($h \ll r$). Ez a feladat statikus megoldása. Ha azonban nem szükséges, hogy a test P' -ben maradjon, csak az, hogy odáig kilendüljön, akkor kisebb erő is elegendő. Kis h esetén az erő a kitérés lineáris függvényének tekinthető, s így a keresett erő P_3 és P'_s számtani közepe. Ez az erő $h/2$ -ig gyorsítja a testet, majd $h/2$ -től h -ig a test éppen zérus sebességre lassul.

Numerikus adatokkal:

$$P_s = G \cdot \frac{a}{r} = G \cdot \frac{\frac{d}{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\ell^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = 10 \text{ kp} \cdot \frac{0,288 \text{ m}}{2,958 \text{ m}} = 0,98 \text{ kp},$$

$$P'_s = G \cdot \frac{a+h}{r} = 10 \text{ kp} \cdot \frac{0,388}{2,958} = 1,31 \text{ kp}, \quad P_2 = \frac{P_s + P'_s}{2} = 1,15 \text{ kp}.$$

Megjegyzés. Ha a kitérítő erő csak vízszintes lehet, akkor a fenti érték

$$P_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{r^2}}} \text{ kp} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,1^2}} \text{ kp} = \frac{1}{\sqrt{0,99}} \text{ kp}.$$

Gnädig Péter