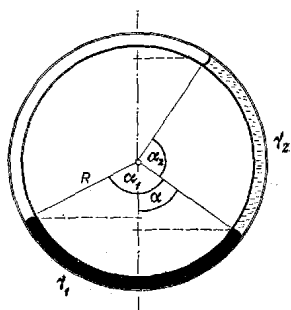


Legyen az egyik folyadék (higany) fajsúlya γ_1 , középponti szöge α_1 , a másik folyadék (víz) fajsúlya γ_2 , középponti szöge α_2 . A két folyadék közös határfelületéhez vezető rádiusz alkosson a függőlegessel α szöget (1. ábra), ez az α legyen a meghatározandó ismeretlen mennyiség.



1. ábra

A kétfolyadékos közlekedő edény törvénye szerint egyensúly esetén a találkozási felületen a nyomások egyenlők, illetve az innen mért függőleges magasságkülönbségek fordítva arányosak a fajsúlyokkal:

$$\gamma_1[R \cos \alpha - R \cos(\alpha_1 - \alpha)] = \gamma_2[R \cos \alpha - R \cos(\alpha_2 + \alpha)].$$

Beszorozva, $\cos \alpha$ -val végigosztva és rendezve:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}(1 - \cos \alpha_1) - (1 - \cos \alpha_2)}{\sin \alpha_2 + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \sin \alpha_1}.$$

A mi esetünkben $\gamma_1 = 13,6 \text{ p/cm}^3$, $\alpha_1 = 120^\circ$, $\gamma_2 = 1 \text{ p/cm}^3$, $\alpha_2 = 90^\circ$, ezek alapján $\operatorname{tg} \alpha = 1,518$ és $\alpha = 56^\circ 37'$.

Mi lesz, ha még több vizet töltünk bele? α lassan csökken és a víz felső vége közeledik a cső tetejéhez. Azután, hogy ezt elérte, a feladat határozatlanná válik, mert a víz egy része átlóg balfelé. Ha a vízoszlop két részre szakad szét, akkor a feladat határozatlan. De keskeny csőben könnyen megtörténik, hogy a vízoszlop átlóg és egyben marad. Ilyen esetben folytathatjuk a számítást.

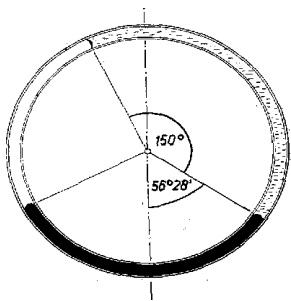
Annak a feltétele, hogy a vízoszlop elérje a cső tetejét: $\alpha_2 + \alpha = 180^\circ$. Behelyettesítve kiindulási egyenletünkbe ezt a feltételt, α -ra ez az egyenlet adódik:

$$\left[\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 \sin^2 \alpha_1 + a^2 \right] \sin^2 \alpha + 2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \sin \alpha_1 \sin \alpha + (1 - a^2)0,$$

ahol

$$a = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(1 - \cos \alpha_1) - 1.$$

A mi esetünkben az egyenlet megoldása $\alpha = 56^\circ 13'$ és $\alpha_2 = 123^\circ 47'$. Feladatunk második kérdésében $\alpha_2 = 150^\circ$, tehát a vízoszlop feltétlenül átlóg. Megoldóképletünkbe $\alpha_2 = 150^\circ$ -ot helyettesítve $\operatorname{tg} \alpha = 1,509$ és $\alpha = 56^\circ 28'$, ami egy kicsit több, mint amikor a víz éppen eléri a cső tetejét. Ez természetes, hiszen a vízoszlop nyomása átlógáskor csökken (2. ábra).

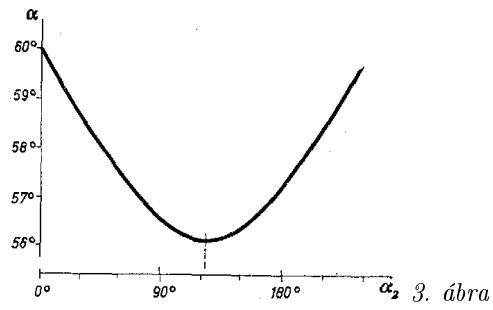


2. ábra

Halász Pál (Szolnok, Versegly g. III. o. t.)

Megjegyzés. Több dolgozat szerzője nem tudta, hogy a folyadékok egyensúlyánál a nyomás a döntő és ez a függőleges magasságkülönbségtől függ, vagy nem voltak képesek ezt trigonometriailag kifejezni. Természetes, hogy az egyensúly stabilis. Érdekes megvizsgálni, hogyan függ α a beöntött víz mennyiségétől, vagyis α_2 -től, ha a többi adat változatlan marad. Ekkor megoldóképletünk alapján

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{19,4 + \cos \alpha_2}{11,78 + \sin \alpha_2}.$$



Ennek az összefüggésnek a grafikonját mutatja a 3. ábra. Víz nélkül és tele vízzel a higany egyaránt $\alpha = 60^\circ$ -nál találkozik a vízzel. A találkozási higanyfelszín minimuma $\alpha_2 = 123^\circ 47'$ -nél van, amikor a vízoszlop eléri a kör tetejét.

Vermes Miklós