

A léggömb súlya

$$P_s = V_1 \gamma_1.$$

A felhajtóerő

$$P_F = V \gamma_{\text{víz}}.$$

V a gömbnek a víz alatti mélységtől (h -tól) függő térfogata. A Boyle-Mariotte-törvény szerint

$$(p_1 + \gamma_{\text{víz}} \cdot h)V = p_1 V_1.$$

Tehát

$$V = \frac{p_1 V_1}{p_1 + \gamma_{\text{víz}} \cdot h}.$$

Ezért

$$P_F = \frac{p_1 V_1 \gamma_{\text{víz}}}{p_1 + \gamma_{\text{víz}} \cdot h}.$$

A bűvárhajó által kifejtett húzóerő

$$P = P_F - P_s = \frac{p_1 V_1 \gamma_{\text{víz}}}{p_1 + \gamma_{\text{víz}} \cdot h} - V_1 \gamma_1.$$

Ez maximális $h = 0$ esetén

$$P_{\text{max}} = V_1 (\gamma_{\text{víz}} - \gamma_1).$$

P erő γ növekedése miatt a mélységgel csökken, $h = H$ esetén már 0 értékű lehet. A kritikus mélység

$$H = p_1 \frac{\gamma_{\text{víz}} - \gamma_1}{\gamma_1 \gamma_{\text{víz}}}.$$

Itt a hajó elengedheti a léggömböt, tovább az magától lesüllyed.

A P erő H úton végzett munkájának meghatározása magasabb matematikai ismeretekkel lehetséges (volt, aki szummációs vagy közelítő eljárást alkalmazott). Pontosan:

$$L = \int_0^H \left(\frac{p_1 V_1 \gamma_{\text{víz}}}{p_1 + \gamma_{\text{víz}} h} - V_1 \gamma_1 \right) dh = p_1 V_1 \ln \frac{\gamma_{\text{víz}}}{\gamma_1} - p_1 V_1 \frac{\gamma_{\text{víz}} - \gamma_1}{\gamma_{\text{víz}}}.$$

Diósi Lajos (Budapest, Apáczai Csere J. g. II. o. t.)

Fenti a helyes megoldás. Ha viszont (mint azt egyes megoldók tették) az átlagos erőt, $\frac{P_{\text{max}}}{2}$ -t szorozzuk a H úttal

$$L_k = p_1 V_1 \frac{(\gamma_{\text{víz}} - \gamma_1)^2}{2 \gamma_1 \gamma_{\text{víz}}}$$

eredményre jutunk.

A két eredmény közötti eltérés tetemes lehet, ennek oka abban van, hogy az erő nem változik a mélységgel lineárisan, tehát nem lehet a számtani középpel számolni.