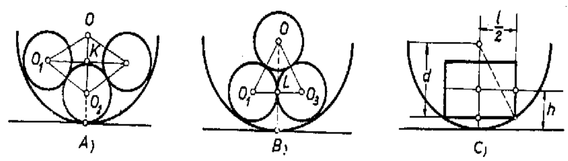
Az egyik lehetséges elrendezés mellett (A rajz) a három henger egymás mellett fekszik a vályú alján. A középső henger m tömege az r rádiusz által meghatározott magasságban levő súlypontban egyesíthető, ezért a középső henger helyzeti energiája a vályú fenekéhez viszonyítva mgr. A szélső hengerek középpontjának magassága $2r$, mert az O_1O_2O háromszög mindegyik oldala $2r$ lévén ez a háromszög szabályos háromszög, és O_1K felezi O_2O távolságot. Így mindegyik szélső henger helyzeti energiája $2mgr$, és az összes helyzeti energia $2mgr+2mgr+mgr=5mgr$.



Egy másik lehetséges elrendezés (B rajz), hogy két henger fekszik alul és a harmadik rajtuk. A felső henger középpontja a vályú középpontjába kerül, mert a vályú rádiusza $3r$; ennek a hengernek $3mgr$ a helyzeti energiája. O_1O_3O ismét $2r$ oldalú szabályos háromszög, tehát $OL=2r\sqrt{3}/2=r\sqrt{3}$. Így O_1 és O_3 magassága a vályú fenekéhez képest $3r-r\sqrt{3}=r(3-\sqrt{3})$. A három henger összegezett helyzeti energiája $2mgr(3-\sqrt{3})+3mgr=(9-2\sqrt{3})mgr=5{,}536mgr$. Tehát a B rajz szerinti esetben több a helyzeti energia, és az A rajz szerinti elhelyezkedés jelenti a legkisebb helyzeti energiát. Érdekes, ha valamilyen okból mégis a B rajz szerinti helyzet alakul ki, akkor ez magától nem képes az A alatti elrendezésbe átmenni. Ugyanis a felső henger és a vályú között $2r$ szélességű csatorna van, amelyben a két alsó henger úgy mozdul el, hogy a felső henger helyén marad. A B elrendezés úgy alakulhatna át az A szerinti elrendezéssé, hogy energiabefektetéssel (aktivációs energia) felemelnénk a szélső hengereket a középső magasságáig, azután a középsőt leejtenénk és a két szélsőt hagynánk melléje gurulni.

Ugyanezen eredmények úgy is megkaphatók, ha azt keressük, hogy mikor helyezkedik el legmélyebben a három henger közös súlypontja.

Almási László (Salgótarján, Madách g. III. o. t.)

Megjegyzés. A feladat szövege nem szólt a vályú hosszáról, de triviális esettel állunk szemben, ha a vályú olyan hosszú, hogy a hengerek egymás után helyezhetők el benne. Természetesen ekkor még kisebb a helyzeti energia. A feladat szövegétől eltérően vizsgáljuk meg, mi lesz, ha a hengereket a vályú tengelyére merőlegesen helyezzük el a vályúban (C rajz). Az l hosszúságú henger legalul fekvő alkotója d mélységben van a vályú középpontja alatt. Pythagoras tételéből $(3r)^2=(l/2)^2+d^2$. Innen $d=\sqrt{9r^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}$. A súlypont magassága a vályú feneke felett: $h=3r-d+r=4r-\sqrt{9r^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}$. A három henger helyzeti energiája $3mgh$. Ha $l=0$, a helyzeti energia $3mgr$, vagyis minden eddigi esetnél kisebb. Növelve a henger l hosszúságát a súlypont feljebb emelkedik és a helyzeti energia $l=8\sqrt{2}r/3=3{,}771r$-nél éri el az A eset szerinti $5mgr$ értéket, majd hosszabb hengernél még nagyobb lesz. A henger lehetséges legnagyobb hossza $l=6r$, amikor is a helyzeti energia $12mgr$.

Steiner György (Bp., Radnóti M. g. III. o.)