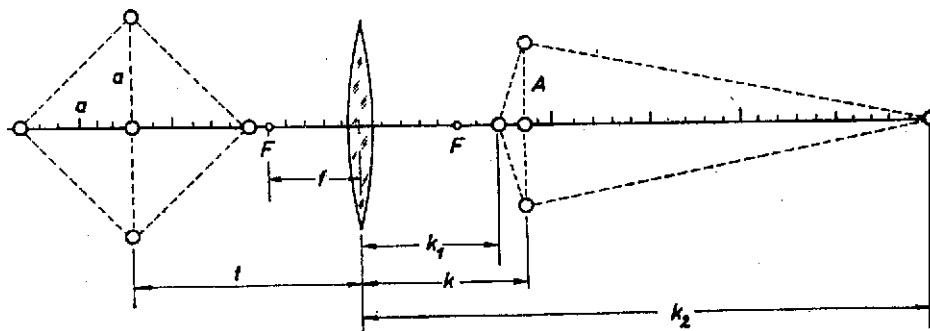


Az ábra jelöléseit használva az eredeti oktaéder köbtartalma $2 \cdot (2a^2 \cdot a)/3 = 4a^3/3$. A középpont képének képtávolsága: $k = tf/(t - f)$. A tengelyen fekvő csúcsok képtávolságai pedig: $k_1 = \frac{(t+a)f}{t+a-f}$, ill. $k_2 = \frac{(t-a)f}{t-a-f}$. $k_2 - k_1$ megadja a kép-oktaéder magasságát.



Most még a kép-oktaéder négyzetes metszetének területére van szükségünk. A középponton áthaladó, tengelyre merőleges síkban a nagyítás: $N = k/t = f/(t - f)$, ezért a nagyított képe $A = a \frac{f}{t - f}$. Így a kép-oktaéder négyzetes metszetének területe: $2A^2 = \frac{2a^2 f^2}{(t - f)^2}$. A kép-oktaéder magassága pedig a fentiek szerint: $k_2 - k_1 = \frac{(t - a)f}{t - a - f} - \frac{(t + a)f}{t + a - f} = \frac{2f^2 a}{(t - f)^2 - a^2}$. A kép-oktaéder köbtartalma – mivel két közös alapú gúlából áll – ugyanúgy számítható, mint egy gúláé:

$$\frac{2A^2}{3}(k_2 - k_1) = \frac{4a^3 f^4}{3} \cdot \frac{1}{(t - f)^4 - a^2(t - f)^2}.$$

A köbtartalmakat egyenlővé téve:

$$\frac{4a^3}{3} = \frac{4a^3 f^4}{3[(t - f)^4 - a^2(t - f)^2]}.$$

Átrendezve; $(t - f)$ -re másodfokúra redukálható negyedfokú egyenletet kapunk: $(t - f)^4 - a^2(t - f)^2 - f^4 = 0$, melynek fizikai jelentéssel bíró megoldásából:

$$t = f + \sqrt{\frac{a^2 + \sqrt{a^4 + 4f^4}}{2}}.$$

Esetünkben: $t = 11,98$ cm.

Mészáros Ildikó (Veszprém, Lovassy L. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Több dolgozat utalt arra, hogy ha a lencsét az oktaéder belsejében helyezzük el, akkor is található olyan tárgytávolság, hogy az oktaéder csúcsainak képei által kifeszített oktaéder térfogata egyenlő legyen az eredeti oktaéder-térfogattal. Ez a test azonban nem tekinthető az oktaéder képének, mert az éppen nem itt van: a végtelenbe nyúlik. Ez világos, ha arra gondolunk, hogy ilyenkor a lencse fókusza is az oktaéder belsejében van, ennek képe pedig a tengely végtelen távoli pontja.