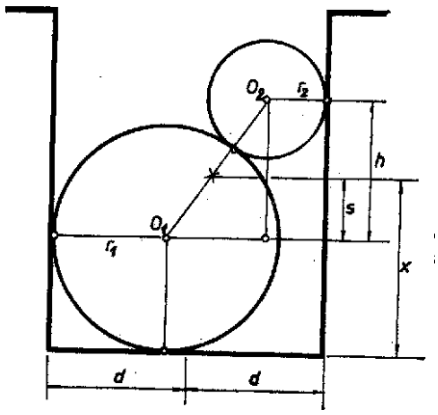
A legtermészetesebb gondolat, hogy a hengerek hosszában, vízszintes tengellyel feküsznek egymáson a vályúban. Együttes helyzeti energiájuk akkor a legkisebb, ha közös súlypontjuk a lehető legalacsonyabban fekszik.



Ha az első henger rádiusza r_1 és tömege m_1, a másodiké pedig r_2 és m_2, akkor középpontjaik függőleges magasságkülönbsége:

$$h = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (2d - r_1 - r_2)^2} = 2\sqrt{d(r_1 + r_2 - d)}.$$

A közös súlypont O_1 feletti magassága s, erre nézve érvényes:

$$s : (h - s) = m_2 : m_1,$$

$$\text{innen} \quad s = \frac{m_2 h}{m_1 + m_2} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{d(r_1 + r_2 - d)}.$$

A közös súlypont magassága a vályú fenekétől mérve:

$$x = r_1 + s = r_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{d(r_1 + r_2 - d)}.$$

Keressük, melyik esetben kisebb x. Ha a nagy átmérőjű és nehéz henger van alul, akkor $r_1 = 10$ cm, $m_1 = 350$ g, $r_2 = 5$ cm, $m_2 = 200$ g és $x = 14\frac{4}{9} = 14{,}44$ cm. Ha a kis átmérőjű és könnyű henger van alul, akkor $r_1 = 5$ cm, $m_1 = 200$ g, $r_2 = 10$ cm, $m_2 = 350$ g és $x = 12\frac{5}{9} = 12{,}55$ cm. Látható, hogy a helyzeti energia akkor kisebb, ha a könnyebb, vékonyabb henger van alul.

Diósi Lajos (Bp., Apáczai Cs. g. I. o. t.)

Megjegyzések: 1. Bizonyára előfordulhat olyan méretezés, amely mellett jobb, ha a nehezebb, vastagabb henger van alul. Annak feltétele, hogy a közös súlypont szempontjából közömbös legyen, melyik henger van alul:

$$r_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{d(r_1 + r_2 - d)} = r_2 + \frac{2m_1}{m_2 + m_1} \cdot \sqrt{d(r_2 + r_1 - d)}.$$

Ebből rendezve:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2\sqrt{d(r_1 + r_2 - d)} - (r_1 - r_2)}{2\sqrt{d(r_1 + r_2 - d)} + (r_1 - r_2)}.$$

Ha m_2/m_1 e tört értékénél kisebb, akkor a 2-es indexű henger legyen felül, ha pedig nagyobb, akkor az 1-es indexű henger legyen felül, ha kisebb súlypont-magasságot akarunk elérni.

2. Ha a feladatunkban szereplő adatok mellett a nehezebb, vastagabb henger van alul, akkor a helyzeti energia nem a lehető legkisebb, de a berendezés magától mégsem képes átalakulni a kisebb energiájú elrendezésbe. Ilyen esetek a természetben máskor is előfordulnak.

Kugler Sándor (Bp., I. István g. I. o. t.)

3. Arra is lehet gondolni, hogy a hengereket alapköreikkel állítjuk a vályú fenekére, de ez csak akkor segít, ha a henger magassága kisebb alapkörének átmérőjénél. Viszont ebben az esetben a hengerek nem férnek el a vályú fenekén.

Vicsek Tamás (Bp., Radnóti g. III. o. t.)

4. Ha a hengerek nem túl hosszúak, akkor az egyik henger végének lebillentésével lejjebb vihetjük a közös súlypontot.

Sváb Erzsébet (Bp., Radnóti g. III. o. t.)

5. Ha a vályú két vége nyitott, akkor úgy is elhelyezhető a két henger, hogy egymás után feküsznek a vályú fenekén. Természetesen így fekszik a közös súlypont a legmélyebben, hiszen mélyebbre kerül, mint a nagy henger súlypontja. Ha a hengerek együttes hossza nagyobb volna a vályú hosszánál, akkor az egyik vagy másik henger kieshetne a vályúból.

Roszival Miklós (Esztergom, I. István g. III. o. t.)