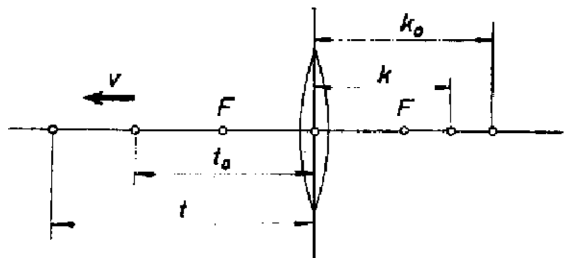
A feladat első kérdésénél induljunk ki abból, hogy a t_0 távolságban levő tárgy képe k_0-ban van, azután a tárgy v sebességgel távolodik (1. ábra). Ez azt jelenti, hogy a t tárgytávolsági τ idő ilyen függvénye: $t = t_0 + v\tau$.



1. ábra

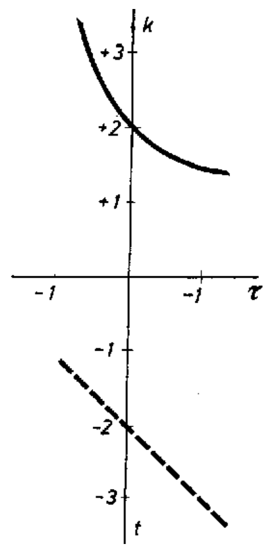
A lencse ismert leképezési törvényéből következik, hogy a képtávolság:

$$k = \frac{tf}{t-f}.$$

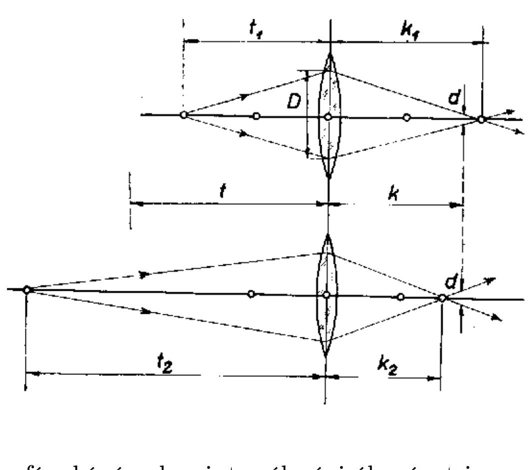
(f a lencse gyújtótávolsága.) Ide behelyettesítjük az időtől függő tárgytávolságot:

$$k = f \cdot \frac{t_0 + v\tau}{t_0 + v\tau - f}.$$

A 2. ábra feltünteti a függvény menetét, a távolságokat f gyújtótávolság arányában mérve. A negatív ordináta irányában szaggatott vonal mutatja a tárgytávolság függését. A képtávolság időtől való függését hiperbola ív tünteti fel, amelyről látható, hogy változása mindig lassúbb.



2. ábra



3. ábra

A feladat második kérdését a fényképészek mint mélységi élességet ismerik (3. ábra). Ha t_1 távolságban van egy tárgy, akkor éles képe k_1 távolságban keletkezik, ugyanakkor azonban t_2 távolságban levő tárgy képe az előbbi k_1 távolságban nem lehet éles, mert az éles kép k_2 -ben keletkezne. Ilyenkor bizonyos mértékig meg kell alkudnunk a lehetőségekkel. Az életlenség mértékét az adja meg, hogy a pont helyett keletkező kör d átmérője mekkora. Ha a lencse átmérője D, és a t_1 távolságban levő tárgy képe k_1 távolságban keletkezik, de a filmet k távolságra helyezzük, akkor érvényes ez az arányosság:

$$\frac{d}{D}=\frac{k_1-k}{k_1}.$$

Ugyanígy, ha a t_2 távolságban levő tárgy képe k_2-ben keletkezik, és k távolságban van a film, akkor

$$\frac{d}{D}=\frac{k-k_2}{k_2}.$$

Ha mind t_1-ről, mind t_2-ről tűrhető élességű képet akarunk kapni, akkor legcélszerűbb a filmet olyan k távolságra tennünk, hogy a d körök átmérője egyenlő legyen:

$$\frac{k_1-k}{k_1}=\frac{k-k_2}{k_2}.$$

Ennek megoldása:

$$\frac{2}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2},\quad \text{illetve}\quad k=\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}.$$

Matematikai fogalmat használva a filmet a két élesre állítási távolság harmonikus középértékére kell állítanunk. (Harmonikus középérték például a homorú gömbtükör rádiusza a tárgytávolság és képtávolság között.) Most csak azt kell megvizsgálnunk, hogy ezen k-hoz mekkora tárgytávolság tartozik. A leképezési törvény szerint:

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{f}-\frac{1}{k}.$$

Felhasználva k-ra kapott előbbi eredményünket:

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{f}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right).$$

Most vegyük figyelembe, hogy t_1, k_1, valamint t_2, k_2 a leképezés kapcsolatában állnak:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k_1}\quad \text{és}\quad \frac{1}{f}=\frac{1}{t_2}+\frac{1}{k_2}.$$

Ezeket $1/f$ helyébe téve:

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{k_1}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_2}+\frac{1}{k_2}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right).$$

$$\frac{2}{t}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2},\quad \text{vagy}\quad t=\frac{2t_1t_2}{t_1+t_2}.$$

Tehát az általunk keresett beállítás: a két tárgytávolság harmonikus középértékére, mint tárgytávolságra kell élesre állítani, ami közismerten kisebb, mint a számtani középérték (ezt a feladat így fejezi ki: „pontosan a két tárgy közé”).

Néhány, fényképészeket érdeklő példa: ha a két tárgy távolsága $2f$ és $6f$, akkor $3f$ távolságra kell élesre állítanunk, a kép $2f$ és $1{,}2f$ között, $1{,}5f$ távolságban keletkezik. Ha t távolságot és a végtelent egyszerre akarjuk a leginkább elviselhető életlenséggel leképezni, akkor az élesre állítás síkja t és a végtelen harmonikus középértéke: $2t$, a filmet pedig $2tf/(2t-f)$ távolságban kell elhelyezni.

Bor Pál (Szeged, Ságvári E. g. IV. o. t.) és
Téchy Zsolt (Bp., Kandó K. technikum IV. o. t.)
dolgozata alapján