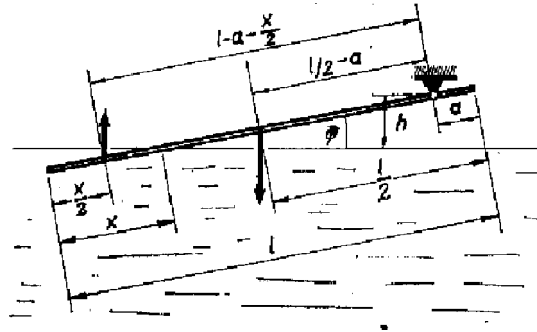


Mivel a pálca egyensúlyban van, kell, hogy a rá ható forgatónyomatékok eredője – pl. a tengelyre vonatkoztatva – 0 legyen. A pálcára három erő hat: a súlyerő, a felhajtóerő és a tengelynél egy kényszererő. Az utóbbit nem ismerjük, de ha a forgónyomatékok egyensúlyát a tengelyre írjuk fel, ez úgysem jön számításba. A súlyerő a pálca súlypontjában, a felhajtóerő pedig a vízbe merülő rész középpontjában hat.



Legyen a pálca hossza l , keresztmetszete q , fajsúlya γ , a víz fajsúlya γ_0 és a vízbe merülő rész hossza x ! Jelöljük a tengelyen túlnyúló rész hosszát a -val, a tengely vízszint feletti magasságát h -val!

Ezekkel a jelölésekkel a súlyerő forgónyomatéka:

$$lq\gamma \left(\frac{l}{2} - a \right) \cos \varphi,$$

a felhajtóerőé pedig

$$-sq\gamma_0 \left(l - a - \frac{x}{2} \right) \cos \varphi.$$

E forgónyomatékok összege 0:

$$l \left(\frac{l}{2} - a \right) \gamma - x \left(l - a - \frac{x}{2} \right) \gamma_0 = 0, \text{ vagy 0-ra redukálva, és bevezetve a } \gamma' = \frac{\gamma_0}{\gamma} \text{ relatív fajsúlyt:}$$

$$\frac{x^2}{2} - (l-a)x + l \left(\frac{l}{2} - a \right) \gamma' = 0, \text{ ahonnan}$$

$$x = l - a \pm \sqrt{(l-a)^2 - l(l-2a)\gamma'}.$$

Adatainkat behelyettesítve x -re 102,6 cm-t, ill. 17,4 cm-t kapunk. Az elsőnek nyilván nincs fizikai értelme, tehát $x = 17,4$ cm.

A megoldás során egyszerűsítettünk $\cos \varphi$ -vel, meg kell tehát vizsgálni a $\varphi = 90^\circ$ esetet. Világos, hogy ilyenkor mindig fennáll az egyensúly, vagyis ez is megoldás. Ilyenkor $x = l - a - h$.

Az első megoldásban nem szerepel h , vagyis függetlenül a tengely magasságától, mindig ugyanakkora darab fog vízbe merülni, egészen addig, amíg csak $h < l - a - x$. Ezután már csak a második megoldás ad jó eredményt.

Általában a feladatnak fizikai értelme csak akkor van, ha $0 < \gamma' < 1$ p/cm³, és $a < l/2$. Ilyen feltételek mellett a megoldás D diszkriminánsáról azonnal látjuk, hogy $D < (l-a)^2$. A diszkrimináns azonban így is írható: $D = a^2 + l(1-2a)(1-\gamma')$, és erről az alakról nyilvánvaló, hogy $D > a^2$. Az általános megoldásnak tehát mindig a "–" előjelhez tartozó gyöke a helyes, a másik sohasem.

Takács Gábor (Budapest, Piarista Gimn., III. o. t.)