

Írjuk fel általánosságban, hogy adott l hosszúságú inga esetén mennyi lesz a kitérés.

Legyen a golyók fajsúlya γ , térfogata V , töltése Q , a közeg fajsúlya γ' , dielektromos állandója ε . Számoljunk MKSA rendszerben! (A petróleum fajsúlya: $\gamma_2 = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$; relatív dielektromos állandója $\varepsilon_{2r} = 2$.)

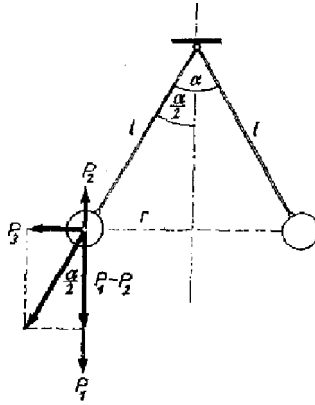
Egy golyóra összesen három erő hat:

súlyerő: $P_1 = V\gamma$,

felhajtóerő: $P_2 = V\gamma'$,

Coulomb-erő:

$$P_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$



Az inga olyan $\frac{\alpha}{2}$ szöggel tér ki, hogy ezen erők eredője fonál irányú. Ekkor:

$$\text{tg } \frac{\alpha}{2} = \frac{P_3}{P_1 - P_2} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q^2}{l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{V(\gamma - \gamma')}$$

A feladat megoldását ezen képlet kétszeri alkalmazásával nyerjük.

Az ε_1 dielektromos állandójú és γ_1 fajsúlyú közegben (jelen esetben levegőben):

$$\text{tg } \frac{\alpha_1}{2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_1 \cdot l^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} V(\gamma - \gamma_1)} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_{1r} \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} V(\gamma - \gamma_1)}$$

A második közegben pedig (jelen esetben petróleumban)

$$\text{tg } \frac{\alpha_2}{2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_2 l^2 \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} V(\gamma - \gamma_2)} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_{2r} l^2 \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} V(\gamma - \gamma_2)}$$

A két egyenletet elosztva egymással:

$$\begin{aligned} \text{tg } \frac{\alpha_1}{2} &= \frac{(\gamma - \gamma_2) \varepsilon_{2r} \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}}{(\gamma - \gamma_1) \varepsilon_{1r} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}} \\ \text{tg } \frac{\alpha_2}{2} &= \frac{(\gamma - \gamma_1) \varepsilon_{1r} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2}}{(\gamma - \gamma_2) \varepsilon_{2r} \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}} \end{aligned}$$

Ebből γ -t kifejezve

$$\gamma = \frac{\gamma_1 \varepsilon_{1r} \frac{\alpha_1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} - \gamma_2 \varepsilon_{2r} \text{tg } \frac{\alpha_2}{2} \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}}{\varepsilon_{1r} \text{tg } \frac{\alpha_1}{2} \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} - \varepsilon_{2r} \text{tg } \frac{\alpha_2}{2} \sin^2 \frac{\alpha_2}{2}}$$

Behelyettesítve a konkrét értékeket:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1r} &= 1, \quad \gamma_1 = 12,93 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, \quad \alpha_1 = 60^\circ; \\ \varepsilon_{2r} &= 2, \quad \gamma_2 = 8 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, \quad \alpha_2 = 54^\circ. \quad \text{Így} \\ \gamma &= 2,56 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} (= 2,56 \text{ p/cm}^3). \end{aligned}$$

Mayer János (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. Gimn., IV. o. t.)