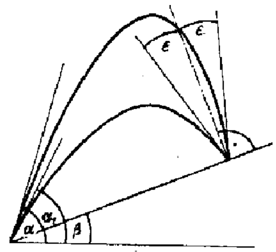
I. megoldás. Az 1960. évi tanulmányi verseny II. fordulójának 3. példája alapján a lejtőre történő becsapódási szög tangensét az $\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{tg}\beta}$ kifejezés adja, ahol α a kilövés, β a lejtő hajlásszöge. Ez a szög jelen esetben $\beta \pm \varepsilon$. Tehát:

$$\operatorname{tg}(\beta \pm \varepsilon) = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{tg}\beta}.$$

A két oldal reciprokát véve:

$$\operatorname{ctg}(\beta \pm \varepsilon) = \operatorname{tg}\alpha - 2\operatorname{tg}\beta.$$

Rendezve: $\operatorname{tg}\alpha = 2\operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}(\beta \pm \varepsilon)$.

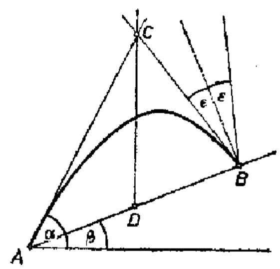


1. ábra

Minden szóba jöhető esetben ($0^\circ \le \beta < 90^\circ$ és $0^\circ \le \varepsilon < 90^\circ$), a $\beta = \varepsilon$ esetet kivéve mindig két megoldás van, ugyanis a kilövés nemcsak a lejtőn felfelé, hanem lefelé is történhet, amit a $\operatorname{tg}\alpha$-ra kapott negatív eredmény, vagy $\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\beta$ eset jelez. Ha $\beta = \varepsilon$, akkor $\operatorname{ctg}(\beta - \varepsilon) = \operatorname{ctg} 0^\circ$ értelmetlen volta miatt csak egy megoldás van.

Andor György (Bp., Rákóczi F. g. III o. t.)

II. megoldás. A kilövés szögét szerkesztéssel is meghatározhatjuk, ugyanis a lövedék parabola pályájának ismert két pontja: az A kilövési pont és a B becsapódási pont (B-t tetszés szerint felvehetjük a lejtőn, mert ettől csak a kilövés sebessége függ), másrészt ismert még a B pontbeli érintő, mert a becsapódás pillanatában a sebesség a lejtőre emelt merőlegessel adott ε szöget zár be. Végül még azt is tudjuk, hogy a parabola tengelyének iránya függőleges.



2. ábra

A kilövési szög meghatározása egyértelmű az A pontbeli érintő megszerkesztésével. Ehhez pedig a következő ismert tételt használhatjuk fel. A parabola két érintőjének metszéspontja és az érintési pontokat összekötő szakasz felezőpontja által meghatározott egyenes párhuzamos a parabola tengelyével.

Ezek alapján a szerkesztés menete: meghúzzuk a B ponton átmenő érintőt, és meghatározzuk az AB szakasz felezőpontján, D-n átmenő függőleges egyenessel alkotott metszéspontját, C-t. Ha C a lejtő felett van, akkor az AC iránya megadja a kilövés szögét. Hogy az összes megoldást megkapjuk, célszerű egy–egy B pontot az A alatt, illetve felett felvenni.

Hegedűs Csaba (Nagykanizsa, Landler J. g. III. o. t.)