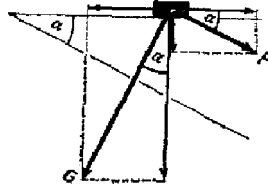


Fejezzük ki az eredő erő F_p lejtő irányú és F_n lejtőre merőleges komponensét:

$$F_p = G \sin \alpha - P \cos \alpha,$$

$F_n = G \cos \alpha + P \sin \alpha$ (a pozitív irányt mindkét erőnél az ábra szerint választjuk).



Akkor van nyugalomban a test, ha $|F_p| \leq \mu |F_n|$, hiszen F_p akarja mozgatni a testet, és F_n a nyomóerő. Másképpen:

$F_p \leq \mu F_n$ (Ui. $F_n \geq 0$, ellenkező esetben a test nem maradna a lejtőn.)

$$-F_p \leq \mu F_n$$

Az egyensúly feltételei tehát:

$$(1) \quad G \sin \alpha - P \cos \alpha \leq \mu (G \cos \alpha + P \sin \alpha)$$

$$(2) \quad P \cos \alpha - G \sin \alpha \leq \mu (G \cos \alpha - P \sin \alpha)$$

$$(3) \quad G \cos \alpha \leq -P \sin \alpha \quad (F_n \leq 0).$$

A továbbiakban (3)-mal nem kell törődnünk, mert (1) és (2) tartalmazza. Ui. (1) és (2) bal oldalai egymás ellentettjei, tehát egyikük nem negatív, így a közös jobb oldal sem lehet negatív, azaz $G \cos \alpha + P \sin \alpha \leq 0$.

a) Az egyenlőtlenségekből P -t kell kifejezni.

$$(4) \quad (1)\text{-ből} \quad P \geq \frac{G \sin \alpha - \mu G \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha},$$

$$(5) \quad (2)\text{-ből} \quad P \leq \frac{G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}, \quad \text{ha} \quad \cos \alpha - \mu \sin \alpha \geq 0,$$

$$(6) \quad \text{ill.} \quad P \geq \frac{G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}, \quad \text{ha} \quad \cos \alpha - \mu \sin \alpha \leq 0$$

(ugyanis negatív számmal való szorzás megfordítja az egyenlőtlenséget). Látható, hogy megoldás mindig van, mert az első esetben (5) jobb oldala nagyobb (4)-énél, így van köztük P , különben (4) és (6) mindig kielégíthető egyszerre: csak elég nagy P -t kell venni.

b) Teljesen hasonlóan $0 \leq \tan \alpha < +\infty$ -re kapjuk, hogy

$$\tan \alpha \geq \frac{P - \mu G}{G + \mu P}.$$

$$\tan \alpha \leq \frac{P + \mu G}{G - \mu P}, \quad \text{ha} \quad G - \mu P \geq 0, \quad \text{ill.}$$

$$\tan \alpha \geq \frac{P + \mu G}{G - \mu P}, \quad \text{ha} \quad G - \mu P < 0.$$

Megoldás itt is mindig létezik.

c) Ha P , G , α adott, (3) teljesülését fel kell tételeznünk eleve: csak ilyen P , G és α adható meg.

Ezután (1) és (2)-ből

$$(7) \quad \mu \geq \frac{G \cos \alpha + P \sin \alpha}{G \sin \alpha - P \cos \alpha},$$

$$(8) \quad \mu \geq \frac{G \cos \alpha + P \sin \alpha}{P \cos \alpha - G \sin \alpha}.$$

Látható, hogy (7) és (8) jobb oldalai egymás ellentettjei, így tartalmuk egyetlen feltételben foglalható össze:

$$\mu \geq \left| \frac{G \cos \alpha + P \sin \alpha}{G \sin \alpha - P \cos \alpha} \right|.$$

Ez mindig teljesíthető, bár néha valószínűtlenül nagy, esetleg ∞ -t ad.