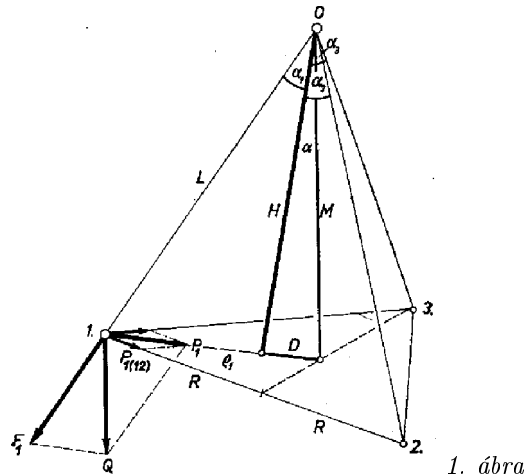
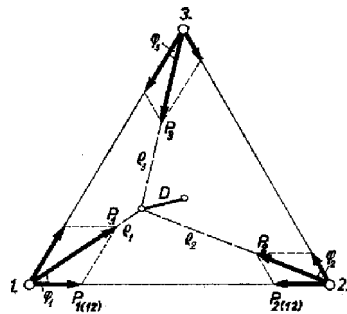


Tekintsük át a geometriai viszonyokat. A golyók középpontjai $2R$ oldalhosszúságú, szabályos háromszög alapú, $l + R = L$ élhosszúságú egyenes gúla alaplapjának 1., 2., 3. jelzésű csúcsaiban vannak (1. ábra). E gúla térbeli magassága $M^2 = L^2 - \frac{4R^2}{3}$. A gúla alapján a három golyó közös súlypontja a csúcsoktól ϱ_1 , ϱ_2 , ϱ_3 távolságban van (2. ábra).



1. ábra



2. ábra

2. ábra

Kiszámítva e távolságokat, kapjuk:

$$\begin{aligned}\varrho_1 &= \frac{2R}{Q_1 + Q_2 + Q_3} \cdot \sqrt{Q_2^2 + Q_2Q_3 + Q_3^2}, \\ \varrho_2 &= \frac{2R}{Q_1 + Q_2 + Q_3} \cdot \sqrt{Q_1^2 + Q_1Q_3 + Q_3^2}, \\ \varrho_3 &= \frac{2R}{Q_1 + Q_2 + Q_3} \cdot \sqrt{Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2}.\end{aligned}$$

A három golyó közös súlypontjának távolsága a szabályos háromszög geometriai középpontjától:

$$D^2 = \frac{4R^2}{3} \cdot \frac{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 - Q_1Q_2 - Q_2Q_3 - Q_3Q_1}{(Q_1 + Q_2 + Q_3)^2}$$

A gúla csúcsától a három golyó közös súlypontjáig terjedő H távolság:

$$H^2 = L^2 - 4R^2 \cdot \frac{Q_1Q_2 + Q_2Q_3 + Q_3Q_1}{(Q_1 + Q_2 + Q_3)^2}$$

A súlyponthoz vezető ϱ_1 , ϱ_2 , ϱ_3 távolságok és az oldalak által alkotott φ_1 , φ_2 , φ_3 szögekre a háromszögből kiszámítható:

$$\begin{aligned}\sin \varphi_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Q_3}{\sqrt{Q_2^2 + Q_2Q_3 + Q_3^2}}, & \cos \varphi_1 &= \frac{2Q_2 + Q_3}{2\sqrt{Q_2^2 + Q_2Q_3 + Q_3^2}}, \\ \sin \varphi_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Q_1}{\sqrt{Q_3^2 + Q_3Q_1 + Q_1^2}}, & \cos \varphi_2 &= \frac{2Q_3 + Q_1}{2\sqrt{Q_3^2 + Q_3Q_1 + Q_1^2}}, \\ \sin \varphi_3 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Q_2}{\sqrt{Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2}}, & \cos \varphi_3 &= \frac{2Q_1 + Q_2}{2\sqrt{Q_1^2 + Q_1Q_2 + Q_2^2}},\end{aligned}$$

Az egyensúlyi helyzetet az határozza meg, hogy a közös súlypont az O felfüggesztési pont alatt legyen, tehát H távolság függőlegesen helyezkedjen el. A szabályos háromszög középpontjához vezető M térbeli magasság a függőlegessel α szöget alkot, erre nézve:

$$\cos \alpha = \frac{M}{H}.$$

Az L hosszúságú oldalélek a súlyponthoz vezető H távolsággal az $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ szögeket zárják be:

$$\cos \alpha_1 = \frac{L^2 + H^2 - \varrho_1^2}{2LH}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{L^2 + H^2 - \varrho_2^2}{2LH}, \quad \cos \alpha_3 = \frac{L^2 + H^2 - \varrho_3^2}{2LH}.$$

A fonálerők hasonló háromszögek alapján:

$$F_1 = Q_1 \cdot \frac{L}{H}, \quad F_2 = Q_2 \cdot \frac{L}{H}, \quad F_3 = Q_3 \cdot \frac{L}{H}.$$

Most kiszámítjuk azt az erőt, amely az első golyót a közös súlypont felé nyomja. Ez az erő a fonálerő és a súly eredője. Hasonló háromszögekből $P_1 : Q_1 = \varrho_1 : H$, innen

$$P_1 = \frac{Q_1 \varphi_1}{H}.$$

Keressük ennek a háromszög 1–2 oldalába eső összetevőjét, $P_{1(12)}$ -t, a golyókat összenyomó erőt:

$$P_{1(12)} : P_1 = \sin(60^\circ - \varphi_1) : \sin 120^\circ.$$

Innen

$$P_{1(12)} = \frac{2R}{H} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{Q_1 + Q_2 + Q_3}.$$

Hasonló számítással meggyőződhetünk arról, hogy $P_{2(12)}$ is ugyanekkora. A golyókat összenyomó másik két erő:

$$P_{23} = \frac{2R}{H} \cdot \frac{Q_2 Q_3}{Q_1 + Q_2 + Q_3},$$

$$P_{31} = \frac{2R}{H} \cdot \frac{Q_3 Q_1}{Q_1 + Q_2 + Q_3}.$$

A számadatok a mi esetünkben: $L = l + R = 12,5$ cm, $M = 11,05$ cm, $H = 11,25$ cm, $D = 2,08$ cm, $\varrho_1 = 7,2$ cm, $\varrho_2 = 6,56$ cm, $\varrho_3 = 3,97$ cm. $\alpha = 10,9^\circ$, $\alpha_1 = 34,9^\circ$, $\alpha_2 = 31,6^\circ$, $\alpha_3 = 18,5^\circ$; $\varphi_1 = 40,9^\circ$, $\varphi_2 = 13,9^\circ$, $\varphi_3 = 36,6^\circ$. $F_1 = 2,22$ kp, $F_2 = 3,34$ kp, $F_3 = 6,67$ kp, $P_{12} = 0,485$ kp, $P_{23} = 1,332$ kp, $P_{31} = 0,888$ kp.