

Legyen a tömegpont sebessége a K , D és A pontokban rendre v_K , v_D és v_A . Határozzuk meg először v_A nagyságát! A és B között a tömegpont parabolapályán mozog. Ez a mozgása vízszintes v_A sebességű egyenesvonalú egyenletes mozgásból és szabadesésből tevődik össze. Ha a tömegpont t idő alatt teszi meg az A és B közötti útszakaszt, akkor

$$v_A t = a, \quad \text{másképp} \quad R = gt^2/2.$$

Ezekből t -t kiküszöbölve kapjuk, hogy $v_A = \sqrt{a^2 g / 2R}$.

v_A ismeretében az energiamegmaradás tétele segítségével könnyen megkaphatjuk v_K -t. K -ban és A -ban a mechanikai energiák egyenlők:

$mv_K^2/2 = mg(h + R) + mv_A^2/2$, innen v_A kiszámított értékének behelyettesítésével kapjuk, hogy

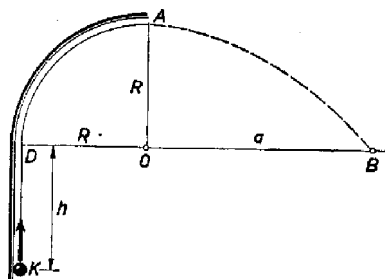
$$v_K = \sqrt{2g(h + R) + a^2 g / 2R}.$$

Az A pontban a tömegpontra két erő hat: súlya és a pályanyomás reakcióereje P_A . E két erő összege a centripetális erő:

$$mv_A^2/R = mg - P_A,$$

innen (v_A -t behelyettesítve)

$$P_A = m \left(g - \frac{v_A^2}{R} \right) = mg \left(1 - \frac{a^2}{2R^2} \right).$$



A D pontban a pályanyomás nincs egyértelműen meghatározva, itt ugyanis ugrásszerűen változik. Nyilvánvaló, hogy amíg a tömegpont a KD szakaszon mozog, addig a pályanyomás 0. Mihelyt azonban a körpályára ér, a pályanyomás egyenlő lesz a centripetális erő reakcióerejével, nagyság szerint magával a centripetális erővel. (A D pontban a pálya függőleges, és így a nehézségi erő nem játszik szerepet.) Tehát a P_D pályanyomás: $P_D = mv_D^2/R$. v_D -t az energiátételből v_K -hoz hasonlóan meghatározhatjuk:

$$mv_D^2/2 = mgR + mv_A^2/2,$$

innen v_A -t helyettesítve kapjuk, hogy

$$v_D^2 = a^2 g / 2R + 2Rg, \quad \text{és így} \quad P_D^2 = mg(a^2 / 2R^2 + 2).$$

A D pontban a pályanyomás tehát ugrásszerűen megnő 0-ról P_D -re.

Szentai Judit (Budapest, Kanizsay D. g. II. o. t.)

Megjegyzések: 1) Abból, hogy a $P_A \geq 0$, a feladat megoldhatóságára az $a \leq R\sqrt{2}$ szükséges feltételt kapjuk. A K. M. L. XXVI. 2. számában megjelent cikk alapján könnyen beláthatnánk, hogy ez a feltétel elégséges is, mert a pályanyomás nagysága monoton csökken.

Magyar Gábor (Sopron, Berzsenyi D. g. III. o. t.)

2) Az energiátétel felhasználása nélkül is megoldhatjuk a feladatot oly módon, hogy a körpályát elemi lejtők összegének fogjuk fel, és ezeken a lejtőkön egyenletesen gyorsuló mozgással számolunk.

Corradi Gábor (Győr, Czuczor G. g. III. o. t.)