

A feladat teljesen egyértelmű szövegezésű, ennek ellenére sokan helytelenül értelmezték a szöveget, mások pedig hiányosan oldották meg, s így tanulságos lesz a feladatot részletesebben kidolgozni.

A feladat szerint az ember a vízbe veti magát, méghozzá a *csónakhoz* képest 6 m/sec sebességgel. Ez csak azt jelentheti, hogy mire az ember eléri a végsebességet, addigra a *csónakhoz képest* 6 m/sec sebessége lesz, de a *Földhöz képest* nyilván *nem* 3 m/sec + 6 m/sec = 9 m/sec, mert *eközben a csónak is lelassul*, amit figyelembe kell vennünk.

A kérdés úgy szól tovább, hogy mekkora munkát végzett az ember saját maga felgyorsítására. Nem annyit, amennyi az ő mozgási energiájának megváltozásához szükséges, hanem az eredeti rendszerben nézve kevesebbet annál (mert a csónak mozgási energiája csökkent, az ember rajta negatív munkát végzett), a mozgó rendszerben nézve többet annál, mert a csónakon is munkát kellett végeznie, hogy növelje annak mozgási energiáját. Ugyanis a felgyorsítási munka a zárt rendszer teljes mozgási energia megváltozásával egyenlő.

Az áttekinthetőség kedvéért oldjuk meg a feladatot először teljesen általánosan.

Legyenek a csónak adatai 1-es, az ember adatai 2-es indexszel ellátva, az ugrás előtti sebességet v -vel, az ugrás utániakat u -val, az embernek a csónakhoz viszonyított sebességét w -vel jelöljük. A mozgó koordinátarendszerben az adatokat vesszővel látjuk el.

A mozgásmennyiség megmaradásának tétele alapján:

$$(m_1 + m_2) \cdot v = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad \text{ahol} \quad u_2 = u_1 + w.$$

Így

$$(m_1 + m_2) \cdot v = (m_1 + m_2) \cdot u_1 + m_2 w, \quad \text{ahonnan a keresett sebesség:}$$

$$u_1 = v - \frac{m_2}{m_1 + m_2} w,$$

és az ember sebessége $u_2 = u_1 + w$ -ből

$$u_2 = v + \frac{m_1}{m_1 + m_2} w.$$

Mivel

$$\begin{aligned} \Delta E_{m_2} &= \frac{1}{2} m_2 \left[\left(v + \frac{m_1}{m_1 + m_2} w \right)^2 - v^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2} m_2 \left[v^2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v w + \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2 - v^2 \right] = \\ &= \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} v w + \frac{m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2, \quad \text{és} \\ \Delta E_{m_1} &= \frac{1}{2} m_1 \left[\left(v - \frac{m_2}{m_1 + m_2} w \right)^2 - v^2 \right] = \\ &= \frac{1}{2} m_1 \left[v^2 - \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v w + \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2 - v^2 \right] = \\ &= -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v w + \frac{m_1 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2, \\ L = \Delta E_{m_1} + \Delta E_{m_2} &= \frac{m_1 m_2^2 + m_2^2 m_1}{2(m_1 + m_2)^2} w^2 = \frac{m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{2(m_1 + m_2)^2} w^2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} w^2. \end{aligned}$$

Végezzük el a számolást a csónak eredeti sebességével mozgó rendszerben.

$$0 = (m_1 + m_2) u'_1 + m_2 w, \quad (u'_2 = u'_1 + w), \quad \text{ahonnan}$$

$$u'_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} w;$$

$$u'_2 = u'_1 + w = w - \frac{m_2}{m_1 + m_2} w = \frac{m_1}{m_1 + m_2} w.$$

$$\Delta E'_{m_1} = \frac{1}{2} m_1 \frac{m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2,$$

$$\Delta E'_{m_2} = \frac{1}{2} m_2 \frac{m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} w^2.$$

Tehát

$$L' = \frac{m_1 m_2^2 + m_2 m_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} w^2 = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} w^2 = L.$$

Numerikus adatokkal

$$u_1 = 3 \text{ m/sec} - 60/210 \cdot 6 \text{ m/sec} = 1,286 \text{ m/sec},$$

$$u_2 = 7,286 \text{ m/sec}.$$

$$\Delta E_{m_1} = -551,02 \text{ joule},$$

$$\Delta E_{m_2} = 1322,45 \text{ joule}.$$

$$L = (1322,45 - 551,02) \text{ joule} = 771,43 \text{ joule az a munka, amelyet az ember végzett}.$$

A mozgó koordinátarendszerben:

$$u'_2 = -1,7142 \text{ m/sec}, \quad E'_{m_1} = 220,4 \text{ joule},$$

$$u'_2 = 4,2858 \text{ m/sec}, \quad E'_{m_2} = 551,02 \text{ joule},$$

$$L' = (551,02 + 220,41) \text{ joule} = 771,43 \text{ joule} = L.$$

Holics László