

Valamely M tömegű vonzócentrumtól r távolságban v sebességgel mozgó égitest fél-nagy tengelyét a

$$(1) \quad v^2 = fM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

összefüggés alapján számíthatjuk ki, ahol f a gravitációs állandó. (Lásd lapunk 1962. novemberi számában az idézett cikket.)

A feladat feltételének megfelelően indított mesterséges bolygó adatai legyenek az (1) összefüggésben szereplők, ekkor a Föld sebessége nv , ahol n adott. A földpálya sugara ugyanezen r érték, tehát a Földre felírva

$$(2) \quad n^2 v^2 = fM \frac{1}{r}.$$

Helyettesítsük be v^2 (1) alatti kifejezését. fM -mel egyszerűsíthetünk. Így

$$n^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) = \frac{1}{r}.$$

Innen a fél-nagy tengely kifejezhető:

$$(3) \quad a = \frac{n^2}{2n^2 - 1} r.$$

Indításkor a mesterséges bolygó sebessége merőleges a pillanatnyi sugárra a feladat szerint, tehát az indítás perihéliumban vagy aphéliumban történt. Mivel a feladat szerint $n > 1$, (3) szerint $a < r$, tehát a bolygót aphéliumban indították, így $r = a(1 + e)$, ahol e a numerikus excentricitás. Ebből

$$(4) \quad e = \frac{r}{a} - 1 = \frac{2n^2 - 1}{n^2} - 1 = 2 - \frac{1}{n^2} - 1 = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

A perihélium távolság

$$a(1 - e) = \frac{n^2}{2n^2 - 1} r \frac{1}{n^2} = \frac{r}{2n^2 - 1},$$

tehát a Nap felületét a mesterséges bolygó

$$(5) \quad h = \frac{r}{2n^2 - 1} - R$$

távolságra közelíti meg, ahol R a Nap sugara.

Kepler III. törvénye szerint a mesterséges bolygó keringési ideje

$$(6) \quad t = T \left(\frac{a}{r} \right)^{3/2} = \frac{n^3}{(2n^2 - 1)^{3/2}} T \approx \frac{T}{2\sqrt{2}}.$$

Az utóbbi közelítést akkor engedhetjük meg, ha n elég nagy, mert ekkor $2n^2$ mellett az 1 elhanyagolható.

A feladat adatai: $n = 10$, $r = 150$ Mkm, $T = 365$ nap, $R = 696\,000$ km. Ezen adatok mellett (4), (3), (6) és (5) szerint:

$$e = 0,99; \quad a = 75,4 \text{ Mkm}; \quad t = 130 \text{ nap}; \quad h = 58\,000 \text{ km}.$$

Lánc József (Bp., I. István g. IV. o. t.)