

I. megoldás. Legyen indításkor $AM = p$ ($= 9,25$ m)
 $BN = q$ ($= 2,75$ m).

A rendszert mozgató erő $P = g \cdot \sin \alpha (m_B - m_A)$,
 gyorsulása $a = P / (m_B + m_A) = g \cdot \sin \alpha (m_B - m_A) : (m_B + m_A)$.
 $t = 3$ sec alatt az egész rendszer elmozdulása

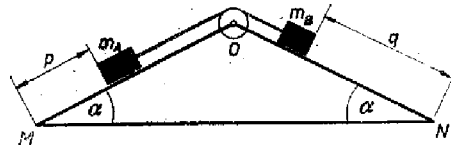
$$s = t^2 / 2 \cdot g \cdot \sin \alpha (m_B - m_A) : (m_B + m_A).$$

Az elszakadás pillanatában

$$AM = p + s,$$

$$BN = q - s,$$

és sebességük mértékszám: $v_0 = a \cdot t$.



Az elszakadás pillanatától kezdve a testek kezdősebességű gyorsuló mozgást végeznek. B lefelé, A először felfelé, de megfordulása után az energiátétel szerint ugyanolyan értékű sebességgel fog az elszakadás pillanatában elfoglalt helyén keresztülhaladni.

A végsebességet az idő kiküszöbölésével az

$$s = (v + v_0) \cdot t / 2 \text{ és az}$$

$$a = (v - v_0) / t$$

összefüggésekből határozzuk meg:

$$v_t = \sqrt{2as + v_0^2}. \quad (a = g \cdot \sin \alpha).$$

Tehát B sebessége az N pontban

$$v_{BN} = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha \left[q - t^2 / 2 \cdot g \cdot \sin \alpha \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right) \right] + \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right) \right]^2},$$

és A sebessége az M pontban

$$v_{AM} = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha \left[p + t^2 / 2 \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right) \right]^2 + \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right) \right]^2}.$$

A szám adatok behelyettesítésével kapjuk, hogy

$$v_{BN} = 3,29 \text{ m/sec}, \quad v_{AM} = 4,63 \text{ m/sec}.$$

Mészáros György (Bp., Piarista g. III. o. t.)

II. megoldás. A mozgás kezdetén

m_A helyzeti energiája: $m_A \cdot g \cdot p \cdot \sin \alpha$,

m_B helyzeti energiája: $m_B \cdot g \cdot q \cdot \sin \alpha$,

mozgási energiájuk nincs.

A mozgás során m_B veszít energiájából m_A javára.

A rendszer gyorsulása: $a = g \cdot \sin \alpha$,

$t = 3$ sec alatt a lejtőn megtett út: $s = a \cdot t^2 / 2$.

m_B magasságcsökkenése ill. m_A emelkedése: $h = s \cdot \sin \alpha$,

sebességük: $v_0 = a \cdot t$.

Az elszakadás pillanatában m_A összes energiája:

$$(E_h) \quad m_A \cdot g \cdot p \cdot \sin \alpha + \left[\frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2 \right] \sin \alpha +$$

$$(E_m) \quad + \frac{1}{2} \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right]^2 \cdot m_A,$$

m_B összes energiája

$$(E_h) \quad m_B \cdot g \cdot q \cdot \sin \alpha - \left[\frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2 \right] \sin \alpha +$$

$$(E_m) \quad + \frac{1}{2} \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right] m_B.$$

A lejtő alján m_A -nak és m_B -nek csak mozgási energiája van. Az energiatételből következik, hogy

$$\frac{1}{2} m_A v_{AM}^2 = m_A \cdot g \cdot \sin \alpha \left[p + \frac{1}{2} \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \cdot t^2 \cdot \sin \alpha \right] + m_A \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[g \cdot \sin \alpha \cdot t \cdot \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right]^2.$$

Ebből

$$v_{AM} = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha \left[p + \frac{1}{2} t^2 \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right] + \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right]^2},$$

Hasonlóan

$$v_{BN} = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha \left[q - \frac{1}{2} t^2 \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right] + \left[t \cdot g \cdot \sin \alpha \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} \right]^2}.$$

Kugler Katalin (Bp., Apáczai Csere J. g. III. o. t.)