

I. megoldás. A deformálatlan hosszabb rúd hossza legyen a , a rövidebbé b . Összeszerelés után az a hosszúságú rudak megrövidülnek Δa -val, a b hosszúságú rudak megnyúlnak Δb -vel, s a rudakban rugalmas erőhatások ébrednek. A szimmetria miatt a megfelelő elhelyezkedésű erővektorok egyenlőek. Egy csuklópontra ható erők egyensúlyban vannak, ezért:

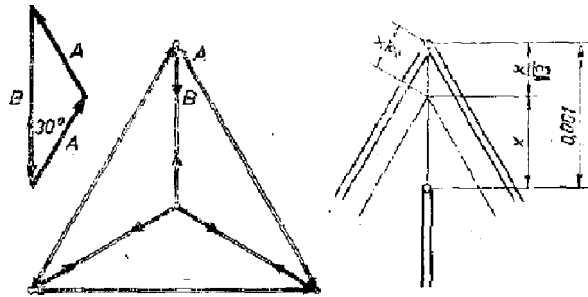
$$(1) \quad B = A \cdot \sqrt{3}.$$

A rudakra alkalmazva a rugalmas megnyúlás képletét:

$$(2) \text{ és } (3) \quad B = E \cdot q \cdot \frac{\Delta b}{b}, \quad \text{és} \quad A = E \cdot q \cdot \frac{\Delta a}{a},$$

ahol q a keresztmetszet területe, E az anyag rugalmassági modulusa. A szabályos háromszög súlypontjának a csúcstól való távolsága $\sqrt{3}$ -ad része az oldalnak, ezért:

$$(4) \quad a - \Delta a = \sqrt{3}(b + \Delta b).$$



Mivel b egy ezrelékkal rövidebbre készült, mint kellett volna, azért:

$$(5) \quad b = \frac{a}{\sqrt{3}} - 0,001 \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} = 0,999 \frac{a}{\sqrt{3}},$$

A kapott 5 egyenletben a -t ismertnek vehetjük, kiszámítva Δa -t:

$$\Delta a = \frac{a}{1000} \cdot \frac{1}{1 + 0,999 \cdot \sqrt{3}} \approx \frac{a}{1000} \cdot 0,366.$$

A háromszög oldalai tehát 0,366 ezrelékkal lesznek kisebbek.

Bor Edit (Szeged, Ságvári E. g. IV. o. t.)

II. megoldás. Legyen a kisebb rúd tervezett hossza egy egység, így a hosszabb nyugalmi hossza $\sqrt{3}$, és a rövidebb nyugalmi hossza $(1 - 0,001)$. Ha a kisebbek x -szel nyúlnak meg, a nagyobbak is ugyanennyivel rövidülnek, ugyanis $\sqrt{3}$ -ad akkora erő $\sqrt{3}$ -szor akkora hosszban ugyanazt a hosszváltozást eredményezi. Figyelembe véve a megnyúlások ábráját:

$$x + \frac{x}{\sqrt{3}} = 0,001.$$

Ebből x -et kiszámítva, a $\sqrt{3}$ hosszú rudak relatív összehúzódása

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = 0,001 \frac{1}{1 + \sqrt{3}} \approx 0,0366\%.$$

Durst József (Szolnok, Verseggy g. IV. o. t.)

Megjegyzések: A feladat szövege nem említi (de minden megoldó természetesnek vette), hogy a háromszög szabályos, és a belső pont a súlypont. Néhányan említik, hogy a megoldás csak akkor igaz, ha a hosszabb rudak nem hajlanak ki. Valóban, ez hosszú vékony nyomott rudaknál előfordulhat, ha a rúd nem teljesen egyenes. A feladat szövegében nem szerepel (de természetes), hogy a rudak ugyanazon anyagból vannak. Nem mindegy, hogy milyen anyagból! (A feladat végeredményéből látszik, hogy elég nagy relatív hosszváltozások következnek be. Jó acél anyagú rudak még

ilyen körülmények közt is követik a rugalmas alakváltozás törvényét, öntöttvas anyagok azonban már nem.) Lényeges említeni, hogy a feladat megoldása csak a rugalmas alakváltozás törvényét követő anyagokra érvényes. – A feladat „statikailag határozatlan”. (L. a KML XXV. kötet 2. számában szereplő cikket.) Ez felismerhető abból, hogy a szerkezet csak erőhatással szerelhető össze, és a megoldásnál a rugalmas alakváltozásokat is figyelembe kellett venni.

A II. megoldás a rövidebb rúd hosszát kis elhanyagolással veszi figyelembe, mert a terheletlen rudak $0,999 : \sqrt{3}$ hosszaránya helyett $1 : \sqrt{3}$ arány szerepel. Ez az elhanyagolás a végeredményt alig befolyásolja (csak a ki nem irt jegyekben van különbség), tehát ha nem kívánunk pontosabb eredményt, akkor az elhanyagolás jogos. A statikában és a szilárdságtanban ilyen elhanyagolás megszokott dolog. Általánosabban fogalmazva: ha a rudak relatív hosszváltozását (%-os értékeket) számítjuk, akkor a rudak teljes hosszának figyelembe vételénél számolhatunk akár a tervezett, akár a terheletlen, akár a terhelt rúd hosszával. Az ilyen elhanyagolást a megoldások elbírálásánál sem vettük hibának.

Az értékelés alapja a következő volt: helyes 4 pont. A kiinduló alapösszefüggések helyesek, de számítási hiba van 3 pont. A megoldás elképzelése helyes, de már a kiinduló alapösszefüggések felírásában hiba van (geometria vagy fizikai): 2 pont. A megoldás elképzelése is hibás: 0 pont. Érdekes megjegyezni, hogy a 2 pontot szerzett megoldók felének hibája abból származik, hogy a (3) képletbe $2A$ erőt helyettesít, azon az alapon, hogy a rúd mindkét végén szerepel A erő. A rugalmas hosszváltozás képletében azonban csak az egyik végen ható erőt kell szerepeltetni! A rúd másik végén természetesen minden esetben kell ébrednie erőnek, különben a rúd nem maradhatna nyugalomban. A rövidebb rudaknak is mindkét végén ébred erő.