

A műhold körpályán tartásához szükséges centripetális erőt a Föld vonzóereje biztosítja:

$$(1) \quad mr\omega^2 = f \frac{mM}{r^2},$$

ahol r a körpálya sugara, ω a szögsebesség, m a műhold, M a Föld tömege, f a gravitációs állandó.

(1)-ből m -mel való egyszerűsítés után

$$(2) \quad r = \sqrt[3]{\frac{fM}{\omega^2}}.$$

A Föld felszínén lévő testre ható vonzóerő

$$(3) \quad mg = f \frac{mM}{R^2},$$

ahol R a földsugár, g a földfelszínen mért nehézségi gyorsulás. (3)-ból $fM = gR^2$. Ezt és a keringési időt (2)-be bevezetve ($\omega = 2\pi/T$)

$$(4) \quad r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$$

A keringési sebesség

$$(5) \quad v = r\omega = \frac{2\pi}{T}r.$$

A fellövéshez szükséges helyzeti energia az idézett cikk szerint

$$E_h = fMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = gR^2m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right),$$

ahova behelyettesítettük a fenti $fM = gR^2$ összefüggést. A mesterséges hold $Q = mg$ súlyát bevezetve

$$E_h = QR \left(1 - \frac{R}{r} \right).$$

A mesterséges hold mozgási energiáját is a kilövéskor kell biztosítani. Ennek nagysága (1)-et és az $fM = gR^2$ összefüggést felhasználva:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{r}{2}mr\omega^2 = \frac{r}{2}f \frac{mM}{r^2} = \frac{gR^2m}{2r} = \frac{1}{2}QR \frac{R}{r}.$$

Tehát az összenergia

$$(6) \quad E_h + E_m = QR \left(1 - \frac{R}{r} + \frac{1}{2} \frac{R}{r} \right) = QR \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R}{r} \right),$$

amelyből leolvasható, hogy nagy magasságú mesterséges holdak esetén ($R/r \ll 1$) a kilövéshez szükséges energia már kb. állandónak mondható. (Az energia javarésze a „szökéshez” kell.)

Numerikusan (4), (5) és (6)-ból $g = 9,81 \text{ m/sec}^2$,
 $T = 86\,400 \text{ sec}$, $R = 6372 \text{ km}$ adatokkal $r = 42\,300 \text{ km}$,
 $v = 3,07 \text{ km/sec}$, $E_h/Q = 5400 \text{ mkp/p}$, $E_m/Q = 480 \text{ mkp/p}$.

Kelényi Ferenc (Bp., Piarista g. IV. o. t.) és
Fazekas Patrik (Mosonmagyaróvár, Kossuth g. IV. o. t.)
dolgozatai alapján.