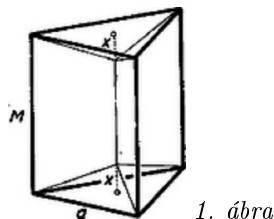


A kísérletek tanúbizonysága szerint az 1. ábrán látható, 3–3 egyenlőszárú háromszögből és 3 szimmetrikus trapézból álló hártafelszín alakul ki, ha a hasáb  $M$  magassága az  $a$  alapélhez képest elég nagy (pontosabban 1. később).



1. ábra

A  $120^\circ$ -os lapszögek törvénye megköveteli, hogy – mint a fent említett cikkben szereplő szabályos háromoldalú gúla esetében, itt is  $x = a/\sqrt{24}$  legyen. Másrészt kiszámítjuk a hártafelületet tetszőleges  $x$ -nél: egy egyenlőszárú háromszög területe

$$\frac{a}{2} \sqrt{x^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2},$$

egy trapéz területe

$$\frac{M + M - 2x}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = (M - x) \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

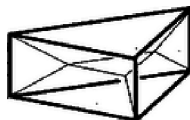
s így a teljes felszín:

$$F = 3a \sqrt{x^2 + a^2/12} - ax\sqrt{3} + aM\sqrt{3}.$$

Ez a függvény a cikk (1) képletében szereplő függvény kétszerese, tehát minimuma szintén  $x = a/\sqrt{24}$ -ben van. Az ilyen hártafelszín nyilván csak

$$M \geq 2a/\sqrt{24} = a/\sqrt{6}$$

esetében alakulhat ki, és ez esetben az előbbi megfontolások – figyelembe véve a cikket – érvényesek.



2. ábra

Ha  $M < a/\sqrt{6}$ , a kísérlet azt mutatja, hogy a 2. ábrán szereplő hártafelszín alakul ki egy egyenlőoldalú háromszögből, 3 egyenlőszárú háromszögből és 6 szimmetrikus trapézból. Azonban az egyenlőoldalú háromszög oldalát a  $120^\circ$ -os lapszögek törvénye alapján, majd a minimális felszín feltétele mellett kiszámítva, különböző eredményekre jutunk, ami azt bizonyítja, hogy a valóságban a 2. ábrán láthatóhoz hasonló, kissé görbült felület jön létre.

*Fejéregyházi Sándor* (Bp., I. István g. III. o. t.) és  
*Fazekas Patrik* (Mosonmagyaróvár, Kossuth g. III. o. t.)  
 dolgozata alapján

*Megjegyzés:* A szappanhártya a hasáb felületét egyik esetben sem vonhatja be, mivel a hasáb felszíne nagyobb az előbb említett hártya felszínénél, akár az első esetben  $x = a/\sqrt{24}$  mellett, akár a második esetben a  $120^\circ$ -os lapszögek törvényének engedelmeskedő, szabályos háromszögből, egyenlőszárú háromszögekből, és trapézokból álló hártafelszín esetében (így még inkább nagyobb a minimális, görbült felületű felszínénél). Mindkét állítás helyességéről kis számolással könnyen meggyőződhetünk.

*Mihályi Zoltán* (Bp., Rákóczi F. g. III. o. t.)  
 dolgozata alapján