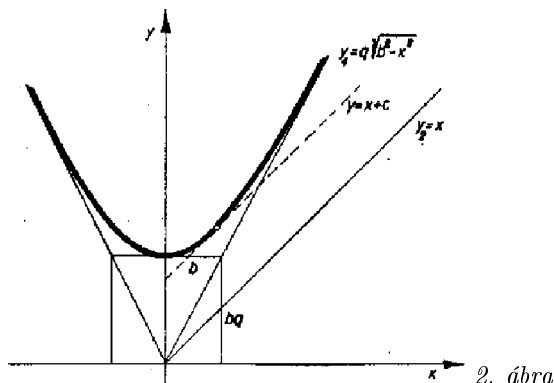
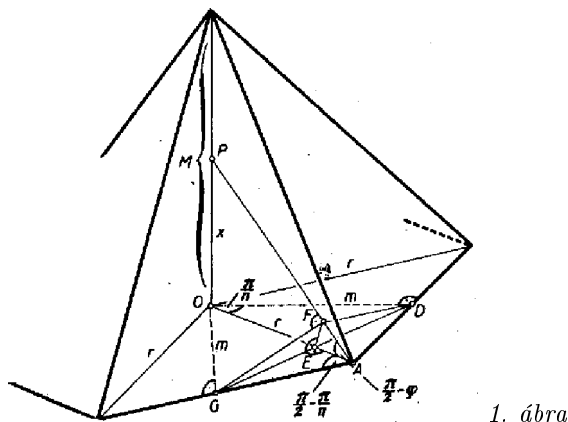


$y = q\sqrt{b^2 + x^2} - x$ függvény minimumhelyét.



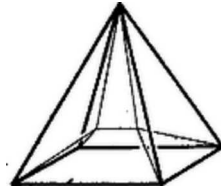
Annak feltétele, hogy az $y = x + c$ egyenes érintse a hiperbolaágot, az, hogy a

$$c + x = q\sqrt{b^2 + x^2}, \text{ tehát a}$$
$$(c + x)^2 = q^2(b^2 + x^2)\text{-ből adódó}$$
$$(q^2 - 1)x^2 - 2cx + q^2b^2 - c^2 = 0$$

$$4c^2 - 4(q^2 - 1)(q^2b^2 - c^2) = 0, \text{ amiből}$$

$$c = b\sqrt{q^2 - 1}.$$
$$x = \frac{2b\sqrt{q^2-1}}{2(q^2-1)} = \frac{r}{2}\sqrt{\frac{4-q^2}{q^2-1}} = r \frac{\cos \pi/n}{\sqrt{4\sin^2 \pi/n - 1}} (n=3, 4, 5)$$

behelyettesítések, egyszerűsítés után. Ebből x az $n = 4, 5$ speciális esetekre is könnyen kiszámítható.



3. ábra

Most nézzük meg, mekkora x mellett lehetnek 120° -os lapszögek. Ha $n \geq 4$, 120° -os lapszögekről a függőleges síkok esetében nyilvánvalóan nem beszélhetünk. Egy ferde élhez csatlakozó lapoknál pedig a szimmetriát figyelembe véve elegendő, ha a két ferde sík szöge 120° . Képzeljük úgy, hogy két szomszédos alapél felezéspontján át (D , G) az AP élre merőleges síkot fektetünk, ez OA -t E -ben, AP -t F -ben metszi, az alappal φ szöget alkot. $\angle EAD = \pi(2 - \pi)n$, melynek egyik szára DE -vel derékszöget alkot, az előbb mondott síkon vett merőleges vetülete $\angle EFD = \pi/3$ kell, hogy legyen; itt $EF \perp DE$ a szimmetriaviszonyok miatt. Ezért DE -t egységnek tekintve $AE = \operatorname{ctg}(\pi(2 - \pi)n) = \operatorname{tg} \pi/n$, $EF = \operatorname{ctg} \pi/3 = \sqrt{3}$, tehát az $AEF\Delta$

$\sin \varphi = \sin(\pi/2 - \varphi) = EF = \sqrt{3}/\operatorname{tg} \pi/n$. Azonban

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + r^2/x^2}}, \quad \text{s így}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + r^2/x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} \pi/n}, \quad \text{ahonnan}$$

$$x = \frac{r}{\sqrt{3 \operatorname{tg}^2 \pi/n - 1}},$$

s ez nyilván azonos az előbb kapott eredménnyel; csak $n = 3, 4, 5$ -re van értelme.

Ha $n \geq 6$, akkor már azért sem lehetnek 120° -os lapszögek, mert akkor $\angle DAE \geq 60^\circ$, s így a DAE és FAE lapok szöge, $\angle DFE \geq 60^\circ$, mivel a lapszög az ilyen szögek közötti maximális szöggel egyenlő.

Schaub Zsuzsanna (Győr, Kazinczy lg. IV. o. t.) és

Nagy Dénes Lajos (Bp., Rákóczi g. IV. o. t.) dolgozata alapján.

Megjegyzés: A valóságban már $n = 4$ esetében is másként helyezkedik el a hártya, görbült éllel: (3. ábra). Ugyanis 3-nál több hártya összefutása egy élben labilis.

Nagy Dénes Lajos (Bp., Rákóczi g. IV. o. t.)