

Ha a villanybojlerből V_1 térfogatú, T_0 hőmérsékletű víz folyik ki, akkor helyére a hálózathoz V_1 térfogatú, T_1 hőmérsékletű víz kerül. (T_0 a bojlerben levő, míg T_1 a csőben levő víz hőmérséklete.) A víztárolót tartósan magára hagyva hőmérséklet-kiegyenlítődés jön létre; a hálózathoz bekerült víz felmelegszik, a tárolóban levő víz lehűl. A közös hőmérsékletet úgy határozzuk meg, hogy feltételezzük, hogy a rendszer zárt, azaz a melegebb vízirésztől leadott hő egyenlő a hidegebb vízirésztől felvett hővel:

$$(1) \quad c(V_0 - V_1)\varrho(T_0 - T) = cV_1\varrho(T - T_1),$$

ahol ϱ a víz sűrűsége (feltesszük, hogy nem függ a hőmérséklettől), c a fajhője, V_0 a tartály térfogata, T pedig a hőkiegyenlítődéssel elért közös hőmérséklet. Az (1) egyenletből a közös hőmérsékletet meghatározhatjuk;

$$(2) \quad T = \frac{(V_0 - V_1)T_0 + V_1T_1}{V_0}$$

A hőmérsékletváltozás során a lehűlő vízirészt összehúzódnak, a felmelegedő vízirészt kitágul, az egyes térfogatváltozások:

$$(3) \quad \Delta V^h = V_1\beta(T - T_1),$$

$$(4) \quad \Delta V^m = (V_0 - V_1)\beta(T - T_0),$$

ahol ΔV^h , ill. ΔV^m a hidegebb és melegebb vízirészt kitágulása, ill. összehúzódnak (ΔV^m negatív érték), β pedig a víz térfogati tágulási együtthatója. A tartályban levő teljes vízmennyiség térfogatváltozása:

$$(5) \quad \Delta V = \Delta V^h + \Delta V^m.$$

Az (5) egyenletbe a (2), (3), (4) egyenleteket beírva és a kijelölt műveleteket elvégezve kapjuk, hogy

$$\Delta V = 0.$$

Tehát a túlfolyón nem jön ki víz.

Megjegyzések. 1. A formális számolások elvégzése nélkül is beláthatjuk (a $\varrho = \text{const}$ feltétel szükséges!), hogy mivel a hőcserét leíró egyenlet és a hőtágulást leíró egyenlet is lineáris, nem lesz térfogatváltozás.

2. Ha figyelembe vesszük ϱ hőmérséklet-függését, akkor az eredő térfogatváltozás:

$$\Delta V = \beta \left[T_0(V_1 - V_0) - T_1V_1 + \frac{V_0T_0(V_0 - V_1)[1 + \beta(T_1 - T_0)] + V_0V_1T_1}{(V_0 - V_1)(1 + \beta(T_1 - T_0) + V_1)} \right].$$

Ezt az eredményt úgy kaphatjuk meg, ha az (1) egyenletben a sűrűség hőmérsékletfüggését is figyelembe vesszük, azaz

$$(1') \quad c(V_0 - V_1)\varrho_0(T_0 - T) = cV_1\varrho(T - T_1),$$

ahol

$$\varrho_1 = \frac{\varrho_0}{1 + \beta(T_1 - T_0)}.$$

Kotek Gyula (Pécs, Leövey K. Gimn., I. o. t.)
dolgozata alapján