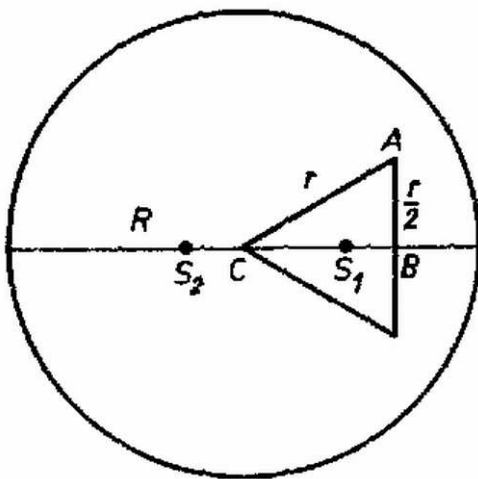


Mivel a lemez homogén, a belőle készített síkidom súlya egyenesen arányos az idom területével. Egyszerűség kedvéért válasszuk az egységnyi területű idom súlyát súlyegységnek, ekkor a síkidom súlyát a területével mérhetjük. Az R sugarú kör területe $t_1 = R^2\pi$. Számítsuk ki a r oldalú szabályos háromszög területét!



A Pitagorasz-tétel alapján (az ábrán látható ABC háromszögre alkalmazva):

$$\overline{BC^2} = r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{3r^2}{4},$$

tehát a szabályos háromszög magassága:

$$\overline{BC} = \sqrt{\frac{3r^2}{4}} = \frac{r\sqrt{3}}{2}.$$

Így a r oldalú szabályos háromszög területe:

$$t_2 = \frac{r}{2} \cdot \frac{r\sqrt{3}}{2} = \frac{r^2\sqrt{3}}{4}.$$

Jelöljük, a szabályos háromszög súlypontját S_1 -gyel. Mivel S_1 a háromszög súlyvonalainak metszéspontja, amely a súlyvonalakat harmadolja, azért S_1 -nek a kör középpontjától való távolsága:

$$\overline{CS_1} = \frac{2}{3} \cdot \overline{BC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r\sqrt{3}}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{3}.$$

Jelöljük a maradék idom súlypontját S_2 -vel. Ha a maradék idomot és a háromszöget egyesítjük, az eredeti kört kapjuk, amelynek súlypontja a C középpontban van. Ezért a C pont az S_1S_2 egyenesszakaszon van, mégpedig a szakaszt a súlyokkal fordított arányban osztja. (A maradék idom súlyerejének és a háromszög súlyerejének C -re vonatkozó forgatónyomatéka egyenlő.)

A maradék idom területe

$$t_1 - t_2 = R^2\pi - \frac{r^2\sqrt{3}}{4},$$

tehát

$$\overline{CS_2} : \overline{CS_1} = \frac{r^2\sqrt{3}}{4} : \left(R^2\pi - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}\right).$$

Ebből

$$\overline{CS_2} = \frac{\frac{r^2\sqrt{3}}{4}}{R^2\pi - \frac{r^2\sqrt{3}}{4}} \cdot \frac{r\sqrt{3}}{3} = \frac{r^3}{4R^2\pi - r^2\sqrt{3}},$$

vagyis a maradék idom súlypontja a háromszög magasságvonalaának egyenesén, a háromszöggel ellentétes irányban, a kör középpontjától $\frac{r^3}{4R^2\pi - r^2\sqrt{3}}$ távolságra helyezkedik el.