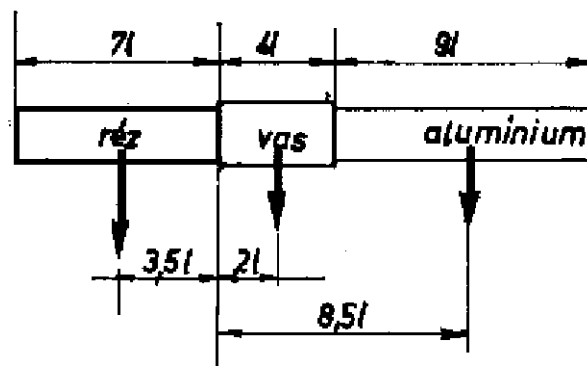


Jelöljük a réz, vas, illetve alumínium rúd keresztmetszetét rendre, A_1 , A_2 , A_3 -mal, a megfelelő fajsúlyokat pedig γ_1 , γ_2 , γ_3 -mal.



A rendszer súlypontjára vonatkozólag a három rúdra ható súlyerők forgatónyomatékának összege 0, ezért az ábra alapján

$$(1) \quad 4lA_2\gamma_2 \cdot 2l + 9lA_3\gamma_3 \cdot 8,5l - 7lA_1\gamma_1 \cdot 3,5l = 0$$

(a rudak súlyát a térfogat és a fajsúly szorzata adja). Egyszerűsítve és a szorzásokat a $\gamma_1 = 8,96 \text{ p/cm}^3$, $\gamma_2 = 7,86 \text{ p/cm}^3$, $\gamma_3 = 2,7 \text{ p/cm}^3$ értékek behelyettesítése után elvégezve ebből kapjuk, hogy

$$(2) \quad 62,88A_2 + 206,6A_3 - 219,5A_1 = 0.$$

Ha a hőmérséklet 2°C -kal emelkedik, akkor a rudak megnyúlnak, így megváltozik a három súlyerő karja. Jelöljük a réz, vas, alumínium lineáris hőtágulási együtthatóját α_1 , α_2 , α_3 -mal, ekkor pl. a vasrúd hossza

$$4l(1 + 2^\circ\text{C} \cdot \alpha_2)$$

lesz 2°C hőmérsékletemelkedés hatására. Írjuk föl a forgatónyomatékok egyensúlyát a megnyúlt rudak esetében:

$$(3) \quad 4lA_2\gamma_2 \cdot 2l(1 + 2^\circ\text{C} \cdot \alpha_2) + 9lA_3\gamma_3 \cdot [4l(1 + 2^\circ\text{C} \cdot \alpha_2) + 4,5l(1 + 2^\circ\text{C} \cdot \alpha_3)] - 7lA_1\gamma_1 \cdot 3,5l(1 + 2^\circ\text{C} \cdot \alpha_1) = 0.$$

Ebből az egyenletből vonjuk ki az (1) egyenletet, majd egyszerűsítsünk, így a következőt nyerjük:

$$(4) \quad 4A_2\gamma_2 \cdot 2\alpha_2 + 9A_3\gamma_3(4\alpha_2 + 4,5\alpha_3) - 7A_1\gamma_1 \cdot 3,5\alpha_1 = 0.$$

Helyettesítsük be az $\alpha_1 = 1,62 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$, $\alpha_2 = 1,17 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$, $\alpha_3 = 2,39 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ értékeket, ekkor (4)-ből 10^{-5} -nel egyszerűsítve adódik:

$$(5) \quad 73,57A_2 + 375,2A_3 - 355,6A_1 = 0.$$

A (2), (5) egyenletekből A_2 -t és A_3 -at kifejezhetjük A_1 segítségével:

$$A_2 = 1,06A_1, \quad A_3 = 0,74A_1,$$

tehát

$$A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 1,06 : 0,74.$$

Kosztadinov Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján