

0,1 A-ig mérő műszert az alaplámpával párhuzamosan kapcsolt R_s sőtellenállás segítségével nyerhetünk. Kirchhoff törvénye szerint

$$R_s : R_b = 0,00005 : (0,1 - 0,00005),$$

ebből jó közelítéssel

$$R_s = (0,00005/0,1)R_b = 0,0005R_b = 0,0025 \text{ ohm}.$$

10 V-ig mérő műszert pedig az alaplámpával sorba kapcsolt R_e előtellenállás felhasználásával nyerhetünk. Mivel a műszeren eső feszültség legfeljebb

$$0,00005 \text{ A} \cdot 5 \text{ ohm} = 0,00025 \text{ V}$$

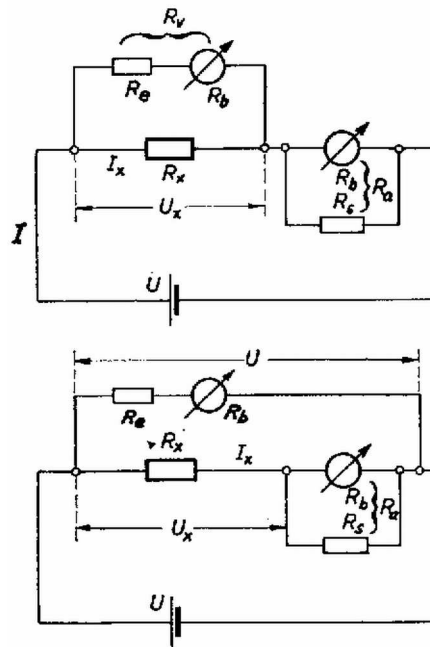
lehet, ezért

$$R_e : R_b = (10 - 0,00025) : 0,00025,$$

ahonnan jó közelítőssel

$$R_e = (10/0,00025) R_b = 40\,000 R_b = 200\,000 \text{ ohm}.$$

Az R_x ellenállást Ohm törvényének felhasználásával úgy mérhetjük meg, hogy az R_x en eső U_x feszültséget elosztjuk az R_x en átfolyó áram I_x erősségével.



a) Az első kapcsolásban pontosan megmérjük az R_x -en eső U_x feszültséget, de az R_x en átfolyó I_x áramerősség helyett a párhuzamosan kapcsolt R_x és az $R_v = R_e + R_b$ ellenállásokon átfolyó I áramerősséget mérjük. Mivel R_x és R_v eredője

$$\frac{R_x R_v}{R_x + R_v},$$

azért

$$I = \frac{R_x + R_v}{R_x R_v} \cdot U_x,$$

s így az R_x helyett mért ellenállás

$$\frac{U_x}{I} = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}.$$

Tehát az elkövetett hiba abszolút értéke

$$R_x - \frac{R_x R_v}{R_x + R_v} = \frac{R_x^2}{R_x + R_v},$$

a relatív hiba

$$\frac{1}{R_x} \cdot \left(R_x - \frac{R_x R_v}{R_x + R_v} \right) = 1 - \frac{R_v}{R_x + R_v} = \frac{R_x}{R_x + R_v}.$$

Láthatjuk, hogy R_x -et növelve a relatív hiba nő. A jelen esetben $R_v = 200\,000 \text{ ohm}$, így $R_x \approx 100 \text{ ohm}$ mellett R_x mérésében elkövetett hiba nagysága

$$[100^2/(100 + 200\,000)] \text{ ohm} \approx (10\,000/200\,000) \text{ ohm} = (1/20) \text{ ohm} = 0,05 \text{ ohm},$$

a relatív hiba

$$0,05/100 = 0,0005 = 0,05 \text{ \%}.$$

$R_x \approx 10\,000$ ohm esetén a hiba nagysága

$$\frac{10\,000^2}{10\,000 + 200\,000} \text{ ohm} \approx (10\,000^2/200\,000) \text{ ohm} = 500 \text{ ohm},$$

a relatív hiba

$$500/10\,000 = 0,05 = 5 \text{ \%}.$$

b) A második kapcsolás segítségével pontosan mérjük I_x et, de az R_x -en eső U_x feszültség helyett az $(R_x + R_a)$ -n eső U feszültséget mérjük, ahol

$$R_a = \frac{R_b R_s}{R_b + R_s}.$$

Tehát a mért és a pontos R_x érték különbsége, a hiba nagysága

$$(R_x + R_a) - R_x = R_a,$$

a relatív hiba

$$R_a/R_x,$$

R_x növelésével csökken.

A jelen esetben

$$R_a = \frac{5 \cdot 0,0025}{5 + 0,0025} \text{ ohm} \approx 0,0025 \text{ ohm},$$

így bármekkora R_x mellett a hiba

$$0,0025 \text{ ohm},$$

tehát kisebb, amint az első mérés hibája. Különösen az $R_x \approx 10\,000$ ohm esetben előnyösebb lényegesen a 2. kapcsolás. A relatív hiba $R_x \approx 100$ ohm mellett

$$0,0025/100 = 0,0025 \text{ \%}$$

míg $R_x \approx 10\,000$ ohm mellett

$$0,0025/10\,000 = 0,000025 \text{ \%}.$$

Összefoglalva tehát mind $R_x \approx 100$ ohm, mind $R_x \approx 10$ kiloohm esetén a 2. kapcsolással pontosabban mérhetjük az R_x ellenállást, bár $R_x \approx 100$ ohm esetében az I. kapcsolás is elég pontos eredményt szolgáltat.

Boda István (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Meghatározhatjuk azt is, hogy mekkora R_x értékek mellett célszerű az 1. kapcsolást választani. A fentiek szerint olyan R_x értékeket keresünk, melyekre

$$\frac{R_x^2}{R_x + R_v} < R_a, \quad \text{azaz} \\ R_x^2 < R_a R_x + R_a R_v.$$

Ennek a másodfokú egyenlőtlenségnek a megoldása közelítőleg

$$R_x < \sqrt{R_a R_v}, \quad \text{esetünkben} \quad R_x < 22,3 \text{ ohm}.$$

Tehát 22,3 ohmnál kisebb ellenállások mérésére az 1. kapcsolást célszerű választani.

Kassay Attila (Miskolc, Földes F. Gimn., I. o. t.).