

$$h(f(x)) + h(g(x)) = g(f(x))$$

I. megoldás. Jelöljük az (1) jobb oldalán álló függvényt H -val:

$$\begin{aligned} H(x) = g(f(x)) &= f(x)(f(x) - 1) + 2 = (x^2 + x + 2)(x^2 + x + 1) + 2 = \\ &= x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 4. \end{aligned}$$

Mivel H -ban x -nek páratlan kitevős hatványai is szerepelnek, H nem páros függvény, vagyis $H(x)$ és $H(-x)$ általában (véges sok konkrét x -érték kivételével) nem egyenlő. Az (1) bal oldalán álló függvény viszont $f(-x) = g(x)$ miatt tetszőleges h mellett páros, a kívánt (1) összefüggés tehát egyetlen h -ra sem teljesülhet.

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy (1) már az $x = 1$ és $x = -1$ helyeken sem teljesülhet egyetlen h mellett sem. (1) bal oldalán ugyanis mindkét helyen $h(2) + h(4)$ áll, ugyanakkor a jobb oldalon $g(f(1)) = 14 \neq g(f(-1)) = 4$.