Minden $n+1$ jegyű szám egyértelműen előáll úgy, hogy egy n jegyű végére írunk egy számjegyet. Legyen a_n a 0-ra, b_n az 1-re, c_n a 2-re végződő, a feltételeknek megfelelő n jegyű számok száma. Ekkor $x_n = a_n + b_n + c_n$. Ha egy, a feltételeknek megfelelő számban az $n+1$-edik jegy 0, ez előtt csak 0 vagy 1 állhat, tehát

$$a_{n+1} = a_n + b_n. \tag{1}$$

Ha az $(n+1)$-edik jegy 1, ezt 0, 1 és 2 egyaránt megelőzheti, tehát $b_{n+1} = a_n + b_n + c_n = x_n$. Ezt az összefüggést még egyszer felhasználva $b_n = x_{n-1}$, azaz

$$b_{n+1} = a_n + x_{n-1} + c_n. \tag{2}$$

Végül 2 előtt csak 1 vagy 2 állhat, tehát

$$c_{n+1} = b_n + c_n. \tag{3}$$

Az (1), (2), (3) összegeként kapott összefüggés épp a bizonyítandó állítást adja:

$$x_{n+1} = 2(a_n + b_n + c_n) + x_{n-1} = 2x_n + x_{n-1}.$$

(K.M)

Danyi Pál (Pécs, Nagy Lajos Gimn., I. o. t.)