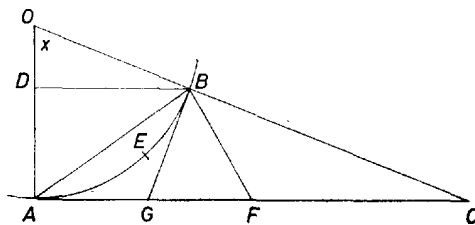


Messe az O csúcsú, x nagyságú hegyesszög szarait az O körüli egységnyi sugarú kör az A, B pontokban, a kör A -beli érintője az OB félegyenest C -ben, és legyen B vetülete az OA szakaszon D .



Így az állítás

$$\frac{\widehat{AB}}{OA} < \frac{1}{2} \left(\frac{DB}{OB} + \frac{AC}{OA} \right) = \frac{DB + AC}{2 \cdot OA},$$

mi pedig azt az egyenlőtlenséget bizonyítjuk, amely ebből $OA^2/2$ -vel való szorzás útján áll elő, tehát egyenértékű vele. A szorzatokat mindjárt a körcikk, illetve egy-egy háromszög területeként értelmezve, és a területeket az idom lényeges pontjaival jelölve (E az AB ív tetszőleges belső pontja), ezt mutatjuk meg:

$$\begin{aligned} OAEB &< \frac{1}{2} (OAB + OAC) = \frac{1}{2} (2 \cdot OAB + ABC) = \\ &= OAB + \frac{ABC}{2} = OAB + ABF = OAFB, \end{aligned}$$

ahol F az AC érintőszakasz felezőpontja.

Elég azt belátnunk, hogy az $OAFB$ négyszög mindig tartalmazza az OAB körcikket, vagyis hogy a BF szakasz az x -nek egyetlen 0 és $\pi/2$ közti értéke mellett sem metszi át a BA ívet. Messe a kör B -beli érintője AC -t G -ben. Így a GCB derékszögű háromszögből

$$GC > GB = GA,$$

mindkét oldalt AG -vel növelve, majd 2 -vel osztva,

$$\frac{AC}{2} = AF > AG,$$

vagyis F kívül van az AG szakaszon. Ez bizonyítja állításunkat.