I. megoldás: Ismeretes, hogy a feladatban szereplő három derékszögű háromszög egymáshoz hasonló, tehát (az átfogót c-vel, a befogókat a, b-vel jelölve)

$$a : c = \varrho_1 : \varrho, \qquad \text{ahonnan} \qquad \varrho_1 = \frac{a\varrho}{c},$$
$$b : c = \varrho_2 : \varrho, \qquad \text{ahonnan} \qquad \varrho_2 = \frac{b\varrho}{c},$$

és így

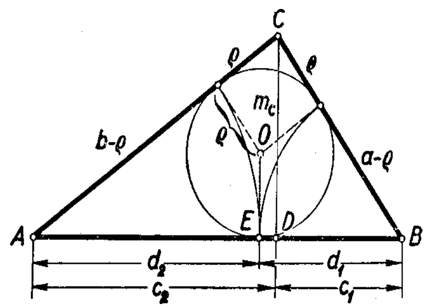
$$\varrho + \varrho_1 + \varrho_2 = \varrho + \frac{a\varrho}{c} + \frac{b\varrho}{c} = \frac{\varrho(a+b+c)}{c}.$$

A jobb oldal számlálója a háromszög kétszeres területe, tehát írható helyébe pl. cm_c, ennélfogva

$$\varrho + \varrho_1 + \varrho_2 = \frac{cm_c}{c} = m_c.$$

Németh József (Esztergom, Ferences g. II. o. t.)

II. megoldás: Az átfogónak a beírt kör érintési pontjáig terjedő két szeletét d_1 és d_2-vel jelölve, $d_1 = a - \varrho$, $d_2 = b - \varrho$ és d_2, mert egy pontból a körhöz húzott két érintőszakasz egyenlő (lásd az ábrát).



Tehát

$$a + b = c + 2\varrho. \tag{1}$$

Ezt az összefüggést a két kisebb háromszögre felírva, ha a magasság talppontja által az átfogón létesített szeleteket c_1, c_2-vel jelöljük,

$$m_c + c_1 = a + 2\varrho_1, \tag{2}$$
$$m_c + c_2 = b + 2\varrho_2. \tag{3}$$

(1), (2) és (3) összege adja – rendezés és 2-vel való egyszerűsítés után – a bizonyítandó állítást.

Bóna Pál (Székesfehérvár, József A. g. II. o. t.)