I. megoldás: n számú 9-esből álló szám 1-gyel kisebb 10^n-nél, tehát

$$\left(\overset{1}{\smile}\!\!\!\!9\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n}{9}\right)^2 = (10^n-1)^2 = 10^{2n} - 2\cdot 10^n + 1 = 10^n(10^n-2)+1.$$

10^n áll egy 1-esből és utána n 0-ból. Ebből 2-t levonva $(n-1)$ számú 9-esből, utána egy 8-asból álló számot kapunk. A 10^n szorzó a 8-as után írandó n darab 0-t jelent; ehhez még 1-et kell adni, vagyis az utolsó 0 helyett 1-et írni. Így megkaptuk a bizonyítandó azonosságot.

Kristóf László (Mosonmagyaróvár, Kossuth g. II. o. t.)

II. megoldás: Alkalmazzuk az

$$a^2 = (a-1)(a+1)+1$$

azonosságot.

$$\left(\overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n}{9}\right)^2 = \left(\overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n}{9}-1\right)\left(\overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n}{9}+1\right)+1 = \overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n-1}{9}\;8\cdot 10^n+1 =$$

$$= \overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n-1}{9}\;8\;\overset{1}{0}\;\overset{2}{0}\;\ldots\;\overset{n}{0}+1 = \overset{1}{9}\;\overset{2}{9}\;\ldots\;\overset{n-1}{9}\;8\;\overset{1}{0}\;\overset{2}{0}\;\ldots\;\overset{n-1}{0}\;1.$$

Végh Judit (Szolnok, Varga Katalin lg. II. o. t.)