

Egy spárgadarab és valamilyen fémfelület közötti csúszási, ill. tapadási tényező meghatározására a megoldók igen sok egyszerű, mégis ötletes módszert használtak. Tekintsük át először a különböző módszerek elvi lényegét!

a) „*Lógatásos módszer.*” Ez talán a legegyszerűbb módszer a tapadási súrlódási együttható meghatározására. Egy darab spárgát az 1. ábrán látható módon fektessünk rá egy vízszintes fémfelületre úgy, hogy a felület szélénél a spárga egy része lelógjon. Növeljük addig a lelógó rész hosszát, amíg a madzag éppen meg nem csúszik. Feltételezve, hogy a spárga tömegeloszlása homogén, és hogy a lap élénél a kötél erő nem változik ugrásszerűen, a tapadási súrlódási együttható a lelógó és az asztalon fekvő kötéldarabok hosszainak hányadosaként kapható meg. (Valóban, az asztalon fekvő kötélrészre ható nyomóerő megegyezik ennek a kötéldarabnak a súlyával, míg az erre a részre az élnél ható vízszintes húzóerő (amellyel a tapadási súrlódási erő tart egyensúlyt) megegyezik a lelógó rész súlyával.) A d) pontban, a „*tekeréses módszer*” vizsgálatánál látni fogjuk, hogy az élnél a kötelet feszítő erő ugrásszerűen változik, a vízszintes irányú erő $e^{-\mu_0\pi/2}$ -szerese a függőleges irányú erőnek. (μ_0 a tapadási súrlódási együttható.) Ezt az ugrást csak kis μ_0 értékek mellett hanyagolhatjuk el.

1. ábra

b) „*Direkt módszer.*” E módszer közvetlenül a csúszási, ill. tapadási együttható definícióját használja föl. Helyezzünk ismert súlyú, spárgával „bevont” testet (vagy spárga-gombolyagot) vízszintes fémfelületre, és mérjük meg a test nyugalomból való kimozdításához, ill. egyenletes sebességgel való mozgatásához szükséges vízszintes húzóerőt. A húzóerők és a súly hányadosa megadja a súrlódási együtthatókat. (Természetesen a mérést végezhetjük fordított elrendezésben

is: a vízszintes felületet vonjuk be spárgával, és ezen húzunk egy fém testet. A mérést úgy is elvégezhetjük, hogy két ismert erővel egymáshoz szorított fémlap között húzzuk a madzagot.)

c) „Lejtős módszer.” Spárgával bevont testet helyezünk sima, változtatható hajlásszögű fém lejtőre (2. ábra). A lejtő hajlásszögét lassan növeljük addig, amíg a test éppen meg nem csúszik. Jelölje ezt a kritikus dőlésszöget α_0 , a test tömegét pedig m . Ebben a helyzetben a $\mu_0 mg \cos \alpha_0$ nagyságú, a lejtővel párhuzamos irányú tapadási súrlódási erő tart egyensúlyt a nehézségi erő $mg \sin \alpha_0$ nagyságú, lejtő irányú komponensével, így a tapadási súrlódási együttható $\mu_0 = \tan \alpha_0$. A csúszási súrlódási együttható annak a hajlásszögnek a tangensével egyezik meg, amely mellett a testet kicsit megpöckölve az egyenletesen (nem gyorsulva) csúszik le a lejtőn.

2. ábra

d) „Tekercseléses módszer.” A módszer lényege az, hogy a spárgát ismert φ szögben rátekerjük egy sima, kör keresztmetszetű fémrúdra, és megmérjük, hogy a spárga egyik végét ismert erővel húzva mekkora erőt kell kifejtenünk a spárga másik végén ahhoz, hogy az éppen ne mozduljon el, ill. hogy állandó sebességgel csússzon (3. ábra). A megfeszített madzag rászorul a hengeres fémrúdra, a felcsavart kötélszakasz mentén tapadási, ill. csúszási súrlódási erő lép fel, amely megegyezik a kötéel két végénél ható erők különbségével. Vizsgáljuk meg, hogy hogyan változik a

kötélben az $F(\varphi)$ feszítőerő a φ felcsavarodási szög függvényében! A 4. ábra a felcsavart kötélen egy kis $\Delta\varphi$ szöghöz tartozó szakaszát mutatja kinagyítva. Látható, hogy e kis szakasz két végénél ható $F(\varphi)$, ill. $F(\varphi + \Delta\varphi)$ nagyságú erő sugárirányú komponenseinek összege

$$\Delta N(\varphi) = \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) (F(\varphi) + F(\varphi + \Delta\varphi)) \approx \frac{\Delta\varphi}{2} (F(\varphi) + F(\varphi)) = \Delta\varphi F(\varphi),$$

míg az érintő irányú komponensek összege

$$\Delta T(\varphi) = \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) (F(\varphi) - F(\varphi + \Delta\varphi)) \approx -(F(\varphi + \Delta\varphi) - F(\varphi)).$$

E két mennyiség hányadosa éppen a súrlódási együttható, így az F függvényre kis $\Delta\varphi$ esetén teljesül, hogy

$$\frac{F(\varphi + \Delta\varphi) - F(\varphi)}{\Delta\varphi} = -\mu F(\varphi).$$

Ismeretes, hogy az ilyen tulajdonságú függvények az exponenciális függvények, azaz

$$(*) \quad F(\varphi) = F(0)e^{-\mu\varphi},$$

tehát a felcsavart kötélen a feszítőerő a rúd sugarától függetlenül a szöggel exponenciálisan csökken. Az a) pontban a „lógatásos módszernél” az él hatása tekinthető úgy, mintha a spárga nagyon kis sugarú, $\pi/2$ szögű körívre lenne ráfektetve, így a kötélrő az élnél valóban az $e^{-\mu_0\pi/2}$ -szeresére csökken.

4. ábra

Major Zsuzsanna (Stuttgart, Friedrich-Eugens Gymnasium, III. o.t.) mérését a fenti módszerrel végezte. Fémrúdra néhányszor rátekert madzag két végénél mérte a kötélerőt úgy, hogy a madzag még éppen nem csúszott meg (tapadási súrlódási együttható mérése), ill. úgy, hogy a kötélen egyenletes sebességgel csúszott (csúszási súrlódási együttható mérése). A (*) összefüggésből látható, hogy $\ln \left(\frac{F(0)}{F(\varphi)} \right) = \mu\varphi$, így a két kötélvégen ható erő hányadosának logaritmusát

ábrázolva a feltekerés szögének függvényében egyenest kapunk, amelynek meredeksége éppen a keresett súrlódási együttható. Ezen egyenesek láthatók az *1.*, ill. *2. grafikonon*. A mért csúszási együttható $\mu = 0,21 \pm 0,03$, a mért tapadási súrlódási együttható pedig $\mu_0 = 0,18 \pm 0,015$. (Más minőségű anyagpárok esetén természetesen ettől eltérő értékek is kijöhetnek.) Meglepő módon a tapadási súrlódási együttható mért értéke kisebb, mint a csúszási súrlódási együtthatóé, ezt valószínűleg a csúszási súrlódási együttható sebességfüggése okozza.

2. grafikon. A tapadási súrlódás mérése