

I. megoldás: Bármely természetes szám vagy osztható 3-mal, vagy szomszédja egy 3-mal osztható számnak, tehát vagy $3k$ vagy $3k \pm 1$ alakú, ahol k természetes szám.

$3k$ négyzete $9k^2 = 3p$, $(3k \pm 1)^2 = 9k^2 \pm 6k^2 + 1 = 3q + 1$, tehát tényleg nincsen olyan természetes szám amelynek négyzete $3n + 2$ alakú volna.

Vékony Lajos (Bp. XX., Kossuth g. II. o. t.)

II. megoldás: Tegyük fel, hogy $3n + 2$ teljes négyzet, vagyis

$$(1) \quad 3n + 2 = a^2,$$

ahol n és a természetes számok.

a nyilván nem lehet 3-mal osztható, de akkor $a + 1$ és $a - 1$ közül az egyik feltétlenül osztható 3-mal.

De (1) így írható:

$$3n + 1 = a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1).$$

Itt a jobboldal osztható hárommal, a baloldal pedig nem, vagyis az a feltevés, hogy $3n + 2$ teljes négyzet, ellentmondásra vezet.

Simon László (Bp. XI., József A. g. II. o. t.)