

I. megoldás. Az a , b , c alapú logaritmusokról térjünk át közös, pl. 10 alapú logaritmusokra.

Ismeretes, hogy $\log N = \frac{\lg N}{\lg a}$, tehát (1) így írható

$$\frac{\lg a}{\lg N} - \frac{2\lg b}{\lg N} + \frac{\lg c}{\lg N} = 0.$$

Ez az egyenlőség akkor és csak akkor helyes, ha

$$\lg a + \lg c = 2\lg b,$$

ez viszont az $ac = b^2$ tétel miatt igaz.

Balthazár Zsolt (Pannonhalma, Bencés g. I. o. t.)

II. megoldás. Ha az (1)-ben előforduló nevezőket rendre x , y , z -vel jelöljük, akkor

$$a^x = N, \quad b^y = N \quad \text{és} \quad c^z = N,$$

vagyis

$$a = N^{\frac{1}{x}}, \quad b = N^{\frac{1}{y}}, \quad c = N^{\frac{1}{z}}.$$

A feltétel szerint

$$b^2 = ac,$$

vagyis

$$N^{\frac{2}{y}} = N^{\frac{1}{x} + \frac{1}{z}}$$

Ebből következik, hogy

$$\frac{2}{y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z},$$

de ez éppen a bizonyítandó (1) egyenlőség.

Detrekői Ákos (Szolnok, Verseggy g. I. o. t.)