

Jelöljük kifejezésünket N -nel.

Mivel $1955 = 5 \cdot 17 \cdot 23$, és ezek különböző prímszámok, azért elég e 3 tényezőről külön-külön megmutatni, hogy N -nek osztói.

a) A 17-tel való oszthatóság kimutatására alakítsuk át N -et a következőképpen:

$$N = 937^n + 121^n - 2 \cdot 138^n = (937^n - 138^n) - (138^n - 121^n).$$

Mivel $(a - b)$ osztója $(a^n - b^n)$ -nek, és $937 - 138 = 799 = 47 \cdot 17$, $138 - 121 = 17$, azért 17 osztója N -nek.

b) A 23-mal való oszthatóság kimutatására N -nek egy másik átalakítását használjuk fel:

$$N = (937^n + 121^n) - 2^{n+1} \cdot 3^n \cdot 23^n.$$

Elég az első két tag összegét vizsgálni. Mivel n páratlan számot jelent, és ismeretes, hogy ez esetben $(a^n + b^n)$ osztható $(a + b)$ -vel, így N osztható a $937 + 121 = 1058 = 2 \cdot 23^2$ számmal, tehát 23-mal is.

c) Az 5-tel való oszthatóság szempontjából vizsgáljuk az egyes tagokat külön-külön. Mivel $937 + 3$, $121 - 1$ és $138 - 3$ osztható 5-tel, így a b), illetve a) ponthoz hasonlóan adódik, hogy

$$937^n + 3^n, \quad 121^n - 1 \quad \text{és} \quad 138^n - 3^n$$

osztható 5-tel, tehát

$$N = 937^n + 3^n - 121^n - 1 - 2(138^n - 3^n) - (3^{n+1} - 1)$$

osztható 5-tel, ha az utolsó különbség osztható vele. Mivel $n = 4k + 3$, így

$$3^{n+1} - 1 = (3^4)^{k+1} - 1$$

osztható a

$$3^4 - 1 = (3^2 + 1)(3^2 - 1) = 10 \cdot 8$$

számmal, tehát 5-tel is.

a), b) és c) együttesen azt jelenti, hogy N osztható $17 \cdot 23 \cdot 5 = 1955$ -tel.

Papp Éva (Bp. VIII., Apáczai Csere g. I. o. t.)