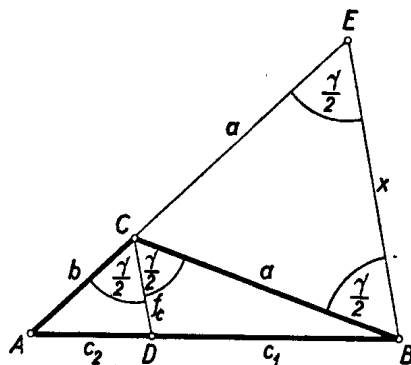


I. megoldás: Írjuk fel, hogy a háromszög területe egyenlő annak a két háromszög területének összegével, amelyre az f_c szögfelező osztja a háromszöget (lásd az ábrát):

$$af_c \sin \frac{\gamma}{2} + bf_c \sin \frac{\gamma}{2} = ab \sin \gamma.$$



Mindkét oldalt $abf_c \sin \frac{\gamma}{2}$ -vel osztva ($\sin \frac{\gamma}{2}$ nyilván nem 0)

$$(2) \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_c} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \frac{\gamma}{2}} = \frac{1}{f_c} \cdot 2 \cos \frac{\gamma}{2}.$$

Ezek szerint (1) akkor és csak akkor áll fenn, ha

$$\cos \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2}.$$

Mivel szükségképpen $\frac{\gamma}{2} < 90^\circ$, azért $\frac{\gamma}{2} = 60^\circ$, és így

$$\gamma = 120^\circ.$$

Eszerint (1) fennállásának *szükséges és elégséges* feltétele, hogy az f_c szögfelező által felezett szög 120° -os legyen.

Jáky Mária (Pécs, Bányaip. t. II. o. t.)

II. megoldás: Az (1) alatti összefüggés így is írható

$$(3) \quad f_c = \frac{ab}{a+b}.$$

A B csúcson át az f_c -vel párhuzamosan húzott egyenes messe az AC oldal meghosszabbítását E -ben (lásd ábrát). A keletkezett $BCE\Delta$ -ben a B , ill. E csúcsoknál fekvő szögek, mint váltó-, ill. megfelelő szögek egyenlők $\frac{\gamma}{2}$ -vel és így $CE = CB = a$. Nyilván $ADC\Delta \sim ABE\Delta$, és így

$$f_c : b = x : (a + b),$$

ahonnan

$$(4) \quad f_c = \frac{bx}{a+b}.$$

(3) és (4) összevetéséből következik, hogy $x = a$, tehát a $BCE\Delta$ egyenlő oldalú, és így minden szöge, tehát $\frac{\gamma}{2}$ is 60° -os.

Győry Kálmán (Ózd, József Attila g. II. o. t.)