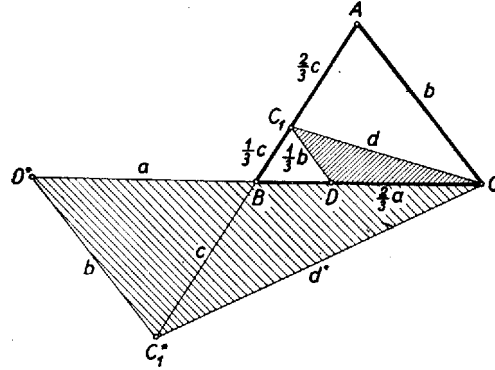


Képzeljük a feladatot megoldottnak. A C_1 pont lehet az AB szakaszon (1. típus), vagy pedig az AB oldal meghosszabbításán (2. típus – az 1. ábrán *-gal jelölve).



1. ábra

A C_1 , (ill. C_1^*) ponton át a b oldallal húzott párhuzamos messe a $BC = a$ oldalt, a D (ill. D^*) pontban. A feladat értelmében a keletkezett $C_1DC\triangle$ oldalai: $C_1D = \frac{1}{3}b$, $DC = \frac{2}{3}a$, $CC_1 = d$ míg a keletkezett $C_1^*D^*C\triangle$ oldalai: $C_1^*D^* = b$, $D^*C = 2a$, és $CC_1^* = d$. Mindkét háromszögnek mindhárom oldala adott, tehát megszerkeszthető. E háromszögek birtokában a keresett $ABC\triangle$ megszerkesztése már nem probléma.

Az 1. típus esetén a megoldhatóság szükséges és elégséges feltétele, hogy $d < \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}b = \frac{2a+b}{3}$. A 2. típusnál a megoldhatóság szükséges és elégséges feltétele, hogy $b + d > 2a$, vagyis $d > |2a - b|$.

Mindkét típusú megoldás csak akkor lehetséges, ha

$$(1) \quad |2a - b| < d < \frac{2a+b}{3}.$$

Vizsgáljuk meg, hogy milyen feltételeket kell a és b -nek kielégítenie, hogy (1) teljesülhessen.

Három esetet kell megkülönböztetni:

$$1. \ 0 < 2a - b, \quad 2. \ 0 < b - 2a \quad \text{és} \quad 3. \ 0 = b - 2a$$

A (3) esetben (1) mindig teljesül.

Az 1. esetben, azaz ha $\frac{b}{2} < a$

$$2a - b < \frac{2a+b}{3}, \quad 6a - 3b < 2a + b, \quad 4a < 4b,$$

azaz

$$\frac{b}{2} < a < b.$$

A 2. esetben, vagyis ha $a < \frac{b}{2}$

$$b - 2a < \frac{2a+b}{3}, \quad 3b - 6a < 2a + b, \quad 2b < 8a,$$

azaz

$$\frac{b}{4} < a < \frac{b}{2}.$$

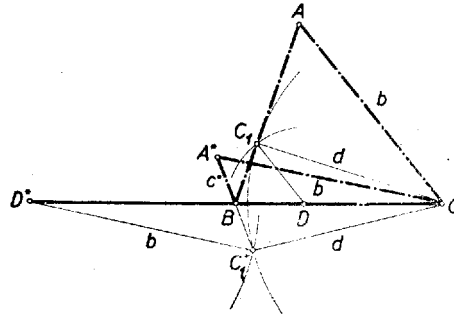
Tehát

$$(2) \quad \frac{b}{4} < a < b$$

esetén áll fenn (1)

és ha most

$\alpha) \ |2a - b| < d < \frac{2a+b}{3}$, akkor feladatunknak 2 (egy 1. és egy 2. típusú) megoldása van (2. ábra).



2. ábra

- $\beta)$ $d < |2a - b|$, akkor csak egy
 1. típusú megoldás van,
 $\gamma)$ $\frac{2a+b}{3} < d$, akkor csak egy
 2. típusú megoldás van.
 Ha

$$(3) \quad b < a, \quad \text{vagy} \quad 0 < a < \frac{b}{4}$$

akkor

$$\frac{2a+b}{3} < |2a-b|$$

és ez esetben, ha

- $\alpha)$ $\frac{2a+b}{3} < d < |2a-b|$, akkor egyáltalán nincs megoldás,
 $\beta)$ $d < \frac{2a+b}{3}$, akkor csak egy 1. típusú,
 $\gamma)$ $|2a-b| < d$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.
 Ha

$$(4) \quad a = b$$

akkor $\frac{2a+b}{3} = 2a-b = a$ és így ha

- $\alpha)$ $d < a = b$, akkor csak egy 1. típusú
 $\beta)$ $a = b < d$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.
 $\gamma)$ $a - b = d$ -hez nem tartozik valódi háromszög.
 Végül ha

$$(5) \quad a = \frac{b}{4},$$

akkor $\frac{2a+b}{3} = b - 2a = \frac{b}{2}$, és így, ha most

- $\alpha)$ $d < \frac{b}{2}$, akkor csak egy 1. típusú,
 $\beta)$ $d > \frac{b}{2}$, akkor csak egy 2. típusú megoldás van.
 $\gamma)$ $d = \frac{b}{2}$ esetén a háromszög egyenesszakasszá fajul.

Megfelelő taglalást senki sem küldött be.