

Legyen $1/r + 1/s = 1$ ($r > 1$). Alkalmazzuk az utolsó egyenlőtlenséget

$$\begin{aligned} q_1 = 1/r, \quad q_2 = 1/s, \quad n = 2, \quad x^{(1)} = a_1^r, \quad y^{(1)} = b_1^s, \quad x^{(2)} = a_2^r, \\ y^{(2)} = b_2^s, \quad \dots, \quad x^{(k)} = a_k^r, \quad y^{(k)} = b_k^s\text{-re:} \\ (a_1^r + a_2^r + \dots + a_k^r)^{1/r} (b_1^s + b_2^s + \dots + b_k^s)^{1/s} \geq a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_k b_k. \end{aligned}$$

Egyenlőség akkor áll, ha $a_1^r/b_1^s = a_2^r/b_2^s = \dots = a_k^r/b_k^s$.

Ezt az egyenlőtlenséget nevezik Hölder-egyenlőtlenségnek. Speciálisan, ha $r = s = t$, akkor

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_k^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_k^2} \geq a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_k b_k$$

és egyenlőség csak akkor állhat, ha $a_1/b_1 = a_2/b_2 = \dots = a_k/b_k$. Ezt az egyenlőtlenséget Cauchy-Schwarz-féle egyenlőtlenség néven ismerik, bár Bunyakovszkij már előbb is ismerte.