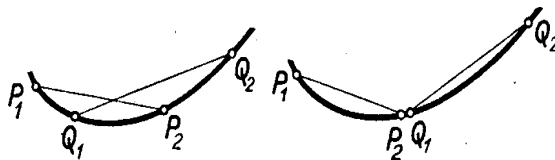


Még általánosabban azt is mondhatjuk, hogy egy függvény konvex ha két húr közül, melyek egyikének mindegyik végpontja megelőzi a másik megfelelő végpontját (esetleg az egyik végpontjuk össze is eshet) mindig az első meredeksége kisebb. Legyenek a két húr végpontjának abszcisszái x_1 és x_2 ill. ξ_1 és ξ_2 , $x_1 \leq \xi_1$, $x_2 \leq \xi_2$, de a két húr ne essék egybe, akkor a feltétel így írható:



$$(d) \quad \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(\xi_2) - f(\xi_1)}{\xi_2 - \xi_1}.$$

Itt x_2 lehet kisebb is, nagyobb is ξ_1 -nél és össze is eshet vele. Ha itt x_1 és ξ_1 egybeesik, akkor (a)-t, ha x_2 és ξ_2 esik egybe, akkor (b)-t, ha pedig x_2 és ξ_1 , akkor (c)-t kapjuk. De utóbbiakból is következtethetünk a (d) egyenlőtlenségre. Ha valamelyik két végpont egybeesik, akkor láttuk, hogy az (a), (b) vagy (c) egyenlőtlenséget kapjuk. Ha $x_2 < \xi_1$, akkor (a) szerint

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(\xi_1) - f(x_1)}{\xi_1 - x_1},$$

viszont (c) szerint

$$\frac{f(\xi_1) - f(x_1)}{\xi_1 - x_1} < \frac{f(\xi_2) - f(\xi_1)}{\xi_2 - \xi_1}.$$

A kettőből következik (d). Ha viszont $x_2 > \xi_1$, akkor (a) szerint

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < \frac{f(\xi_2) - f(x_1)}{\xi_2 - x_1},$$

viszont (b) szerint

$$\frac{f(\xi_2) - f(x_1)}{\xi_2 - x_1} < \frac{f(\xi_2) - f(\xi_1)}{\xi_2 - \xi_1},$$

a kettőből ismét következik (d). A fentebbi megfontolás szerint akkor a Jensen egyenlőtlenség teljesüléséből is következik a (d) egyenlőtlenség és megfordítva a Jensen-egyenlőtlenség is (d)-ből.