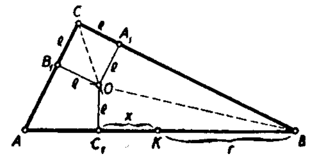
I. megoldás: A körülírt kör középpontja K az AB átfogó felezőpontja, vagyis $AK = KB = r = 41$ (l. ábrát).



A beírt kör középpontját O-val és az a, b, c oldalakon lévő érintési pontokat rendre A_1, B_1, C_1-gyel jelölve, OA_1CB_1 négyzet, melynek oldala $\varrho = 8$.

Ha a C_1K szakaszt x-szel jelöljük, akkor

$$\begin{aligned} &a = BA_1 + A_1C = BC_1 + A_1C = (r + x) + \varrho = r + \varrho + x, \\ &b = AB_1 + B_1C = AC_1 + B_1C = (r - x) + \varrho = r + \varrho - x, \\ &c = 2r. \end{aligned}$$

Pythagoras tétele alapján, r és ϱ értékeit behelyettesítve

$$(49 + x)^2 + (49 - x)^2 = 82^2,$$

azaz

$$x^2 = 961,$$

amiből

$$x_1 = 31, \qquad x_2 = -31.$$

Tehát

$$a = 49 \pm 31 = 80 \text{ ill. } 18, \qquad b = 49 \mp 31 = 18 \text{ ill. } 80,$$

vagyis a befogók keresett mértékszáma 81 cm és18 cm, az átfogó pedig $2r = 82$ cm.

Zsombok Zoltán (Bp., IV., Könyves Kálmán g. I. o. t.)

II. megoldás: Ha a háromszög kerületét $2s$-sel jelöljük, akkor a félkerület

$$s = AC_1 + BA_1 + CB_1 = AC_1 + BC + CB_1 = 2r + \varrho = 82 + 8 = 90,$$

tehát $2s = 180$. és így

(1) $$a + b = 2s - c = 180 - 82 = 98.$$

Másrészt a háromszög területe $t = \dfrac{ab}{2} = s\varrho = 90 \cdot 8 = 720$, és így

(2) $$8\ t = 4\ ab = 5760$$

(1) négyzetéből kivonva (2)-t, nyerjük, hogy

$$(a - b)^2 = 98^2 - 5760 = 3844 = 62^2$$

Nem megy az általánosság rovására, ha a-val jelöljük a nagyobbik befogót. Ez esetben tehát

(3) $$a - b = 62$$

(1) és (3)-ból

$$a = 80 \qquad \text{és} \qquad b = 18$$

Székely Tamás (Bp., XVI., Corvin Mátyás g. II. o. t.)