

I. megoldás. Legyen a küldöttségek létszáma n . Az A országbeli minden csoporthoz hozzárendelünk egy zérusokból és egyesekből álló n -elemű sorozatot; ennek a j -edik eleme 0, ha a B -beli küldöttség j -edik tagja páros számú embert ismer a csoportból, és 1, ha páratlan számút ismer. Így egyrészt 2^n különböző sorozat keletkezhet, másrészt $2^n - 1$ különböző csoport választható ki az A -beli küldöttségből. Ha mindegyik csoporthoz különböző sorozat tartozik, akkor tehát a $(0, 0, \dots, 0)$ és az $(1, 1, \dots, 1)$ legalább egyike előfordul, vagyis az a) és b) lehetőségeknek legalább egyike teljesül.

Ha van két különböző csoport, amelyekhez ugyanaz a sorozat tartozik, akkor vegyük azokat a küldötteket, akik az elsőben benne vannak, a másodikban nincsenek benne, továbbá azokat, akik az elsőben nincsenek benne, a másodikban benne vannak. Mivel a két csoport különböző, elhagyva azokat (ha vannak), akik mindkét csoporthoz hozzátartoznak, legalább egy A -beli küldött marad. Ekkor minden B -beli küldött első csoportbeli ismerőseinek a száma ugyanannyival változik, mint a másodikbeli ismerőseinek a száma, a két megmaradt részcsoporthoz tartozó küldött ismerőseinek az együttes száma tehát páros. Az így keletkezett csopontra ekkor az a) lehetőség teljesül.

II. megoldás. A küldöttségek létszáma (n) szerinti teljes indukcióval bizonyítjuk a feladat állítását. Egytagú küldöttségek esetén az A -beli küldöttet vagy ismeri a B -beli küldött, vagy nem. Ennek megfelelően a b) vagy az a) lehetőség teljesül.

Tegyük most fel, hogy n -tagú küldöttségek esetén igaz a bizonyítandó állítás, és tekintsünk két $(n + 1)$ -tagú küldöttséget. Az A -beli küldöttség tagjait jelöljük a_i -vel, a B -beli tagjait b_i -vel, $i = 1, 2, \dots, n + 1$. Hagyjuk egyelőre figyelmen kívül b_{n+1} -et. Ha sorra figyelmen kívül hagyjuk a_1 -et, a_2 -t, $\dots$, a_{n+1} -et, akkor a megmaradók közül mindig van legalább egy jó kiválasztás, tehát olyan, amelyikhez vagy az n -darab 0-ból álló sorozat, vagy az n darab 1-ből álló sorozat tartozik.

Ezek a jó kiválasztások az $(n + 1)$ -tagú küldöttségből is kiválasztások. Közülük egyesek állhatnak ugyanazokból az A -beli küldöttekből, de nem kaphattuk mindegyik esetben ugyanazt a csoportot, mert mindegyik A -beli küldöttet figyelmen kívül hagytuk egyszer. Vegyünk két különböző jó kiválasztást. Ha valamelyikből b_{n+1} is ugyanolyan páros-ságú embert ismer, mint a küldöttsége többi tagjai, akkor a csopontra teljesül a megfelelő lehetőség az egész B -beli küldöttséget véve is tekintetbe.

Ha nem ez a helyzet, és mind a két csoporthoz az n darab c -ből álló sorozat tartozik, ahol c vagy 0, vagy 1, akkor a b_{n+1} -hez tartozó szám mind a két csoport esetében $1 - c$. Ha a két csoporthoz különböző n -elemű sorozatok tartoznak, akkor b_{n+1} az egyik csoportból páratlan számú embert ismer, a másiktól páros számút, csak fordított sorrendben, mint a többiek.

Vegyük azokat az A -beli embereket, akik valamelyik csoportban benne vannak, de nem mind a kettőben. Ekkor minden B -beli embernek ugyanannyival változik az első csoportbeliek közti ismerőseinek a száma, mint a második csoportbeliek közöttieké. Így a megmaradtak között az első esetben minden b_i -nek összesen páros számú ismerőse van, beleértve b_{n+1} -et is; a második esetben viszont minden B -beli küldöttnak, b_{n+1} -nek is páratlan számú ismerőse van. Található tehát jó kiválasztás $(n + 1)$ -tagú küldöttségek esetében is. Ez a tulajdonság tehát öröklődik, így akárhány tagú küldöttségre fennáll.