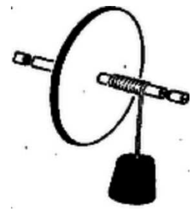
I. megoldás. A rendszerre ható erő a $G = m \cdot g$ nagyságú súly, amelynek hatására a tömeg „a” gyorsulással kezd lefelé mozogni. $P = ma$ erő az „m” tömeg gyorsítására fordítódik; a fonalat $P_f = G - P$ erő feszíti. A rendszert tehát $F = P_f \cdot r$ forgatónyomaték forgatja.



A tehetetlenségi nyomatékot megkapjuk, ha a forgatónyomatékot osztjuk a szöggyorsulással $I = F/\beta$, ahol $\beta = a/r$, és $a = 4r\pi/t^2$.

A fenti kifejezéseket felhasználva $I = mgrt^2/4\pi - mr^2$. Az adatokat behelyettesítve $I = 389900$ g cm^2.

II. megoldás. Egy körülfordulás alatt az m tömeg helyzeti energiája csökkent. $E_h = 2r\pi\, mg\, (\Delta h = 2r\pi)$. Ez egyrészt a tömeg mozgási, másrészt a korong és a tengely forgási energiájává alakult át:

$$2r\pi mg = 1/2mv^2 + 1/2I\omega^2.$$

$v = 2 \cdot \dfrac{2r\pi}{t}$, $\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{4\pi}{t}$. (A végsebesség az átlagsebesség kétszerese.) Így

$$I = \frac{2mg\, 2r\pi - mv^2}{\omega^2} = \frac{mrgt^2}{4\pi} - mr^2.$$

III. megoldás. Az impulzusnyomaték tétele alapján (lásd XX. kötet 148. lap):

$$F \cdot t = \Delta(I\omega) = I \cdot \omega$$

mert $I = \text{const.}$,

$$\omega_0 = 0.$$

A számolás tovább már hasonló.

IV. megoldás. Redukáljuk a tengely és a korong tömegét egy M tömegpontba, amely a tengely sugarával egyező sugarú pályán végez körmozgást a fonál húzóerejének megfelelő forgatónyomaték hatására.

A tömegpont tehetetlenségi nyomatéka: $I = m_r r^2$.

A redukált tömeg kiszámítható: $m_r = \dfrac{P}{a_r}$, és $I = \dfrac{P}{a} \cdot r^2$. (A vonalmenti gyorsulás, „a_v” egyenlő a mozgató súly gyorsulásával „a”.)

$$I = \frac{m(g-a)r^2}{a} = \frac{mrgt^2}{4\pi} - mr^2 \qquad \left(a = \frac{4r\pi}{t^2}\right).$$

Visnyovszki Gábor (Bp., Piarista g. III. o. t.)