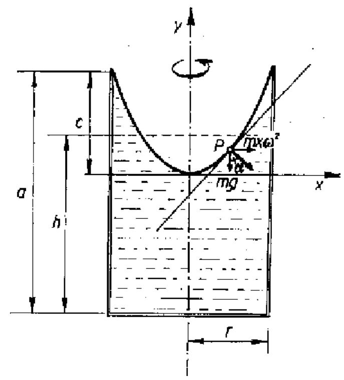
Legyen a pohár magassága a, a vízfelszín eredeti magassága h, és az ω szögsebességnél kialakuló felület legmélyebb pontja c magasságban. Helyezzük el koordinátarendszerünket úgy, hogy az y tengely egybeessék a pohár forgástengelyével, az x tengely pedig legyen c magasságban.



Mindenekelőtt határozzuk meg a felületet kialakító erőt. Ennek pillanatnyilag csak az iránya érdekes, erre lesz ugyanis merőleges a vízfelszín.

Az erő komponensei a súlyerő és a centrifugális erő. Az irányszöget könnyen megkapjuk: tg $\alpha = \mathrm{x}\omega^2/\mathrm{g}$.

Könnyen beláthatjuk, hogy ugyanez a képlet határozza meg $y = x^2\omega^2/2g$ függvény x pontbeli érintőjének irányszögét is.

Ebből már rögtön következik, hogy a kialakult vízfelszín ábrázolt síkmetszetét épp az $y = x^2\omega^2/2g$ egyenlet írja le, és az nyilván paraboloid alakot jelent.

Számítsuk ki, hogy milyen mélyen lesz a paraboloid csúcspontja!

A c magasságú, r sugarú henger térfogatának fele egyenlő a paraboloid köbtartalmával, ami pedig az $(a-h)$ magasságú henger térfogatával egyenlő:

$r^2\pi\, c/2 = r^2\pi(a-h)$, azaz $c = 2a - 2h$.

Így a paraboloid pohár szélén levő pontjának koordinátái:$(r,\, 2a-2h)$.

Ezt a felületet leíró függvénykapcsolatba helyettesítve: $2a - 2h = \omega^2 r^2/2g$ adódik.

Innen

$$\omega = 2\sqrt{(a-h)g/r} = 29{,}53\ \mathrm{sec}^{-1},$$
$$n = \omega/2\pi = 4{,}7\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

A pohár szélét elhagyó vízrészecskék $v = \omega r = 88{,}59$ cm/sec sebességgel vízszintesen repülnek.

A vízcseppek $H = 10$ cm mélységbe – szabadon esve – $t = \sqrt{2H/g} = 0{,}143$ sec alatt érkeznek le. Ezalatt

$$s = vt = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot 2 \cdot \sqrt{(a-h)g} = \sqrt{8H(a-h)} = 12{,}65 \text{ cm utat}$$

repülnek be.

Mivel e mozgás pályája épp r távolságnyira van a forgástengelytől, azért a kirepülő vízrészecskék tengelytől mért távolságára

$$R = \sqrt{r^2 + s^2} = \sqrt{r^2 + 8H(a-h)} = 13 \text{ cm adódik.}$$

Seprődi László (Bp., Fáy A. g. IV. o. t.)