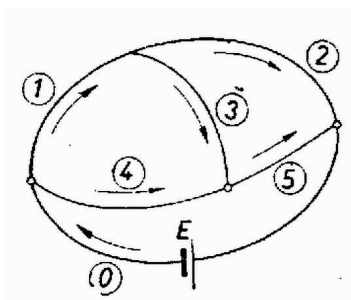


**I. megoldás:** Tegyük fel, hogy a feladat állításával ellentétben egy kiegyenlítetlen Wheatstone-híd hídágának megszakításakor egyik, pl. az 1-es ágának árama változatlan. Az áramirányokat az ábra mutatja, az áramerőségeket  $I$  betűvel és a megfelelő indexezéssel jelöljük.



A hídág megszakításakor  $I_2$  növekszik, mivel  $I_1 = I_2 + I_3$ , ahol  $I_3$  pozitívról zérusra csökken,  $I_1$  pedig változatlan. Ezzel a hídra jutó feszültség mint az 1-es és 2-es ág feszültségeinek összege, szintén növekszik. Ha feltesszük  $I_4$  csökkenését, akkor  $I_5$ -nek is csökkennie kell, hiszen az  $I_5 = I_3 + I_4$  összefüggés miatt az  $I_5 > I_4$  egyenlőtlenségből egyenlőség lesz.  $I_4$  és  $I_5$  együttes csökkenése esetén a hídra jutó feszültség mint a 4-es és 5-ös ágak feszültségeinek összege csökken, ami azonban előző megállapításunkkal ellentézik.  $I_4$  tehát nem csökkenhet, de így a híd teljes árama sem csökkenhet, mert  $I_0 = I_1 + I_4$ , ahol  $I_1$  változatlan. Emiatt a telep belső feszültségesése sem csökkenhet, a hídra jutó feszültség tehát nem nőhet, ellentétben a fentiekkel.

Ugyanígy ellentmondásra jutunk, ha más hídág-áramirányt tételezünk fel, csak a „kisebb” és „nagyobb”, „csökken” és „növekszik”, „+” és „-” jelek ill. kifejezések értelemszerű felcserélését kell elvégeznünk a fenti okoskodásban.

A hídágban tehát nem folyhat áram, a híd kiegyenlített.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)

*Megjegyzés:* A bizonyítás módot ad egy lényeges általánosításra. Mivel a megoldás során fel lett használva a két Kirchhoff-törvény, de az Ohm-törvényből csak annyi, hogy „növekszik az áramerősség, ha a feszültség is növekszik” (tehát nem feltétlenül egyenesen arányosan), a bizonyítás olyan Wheatstone-hídra is alkalmazható, amelynek ágaiban ellenállások helyett pl. félvezetőkből álló elemek állnak. A mai elektrotechnikában gyakoriak az ilyen elemekből álló Wheatstone-hidak, a legtöbb egyenirányítókapcsolás is ilyen.

**II. megoldás:** Írjuk fel a Kirchhoff-egyenleteket az I. megoldás ábráján látható kiegyenlítetlen Wheatstone-hídra. (A telep belső ellenállását az egységesség kedvéért  $R_0$ -al jelöljük.)

$$\begin{aligned} (1) \quad & I_1 + I_4 = I_0 \\ (2) \quad & I_2 + I_3 = I_1 \\ (3) \quad & I_2 + I_5 = I_0 \\ (4) \quad & I_1 R_1 + I_2 R_2 = I_4 R_4 + I_5 R_5 \\ (5) \quad & I_0 R_0 + I_1 R_1 + I_2 R_2 = E. \end{aligned}$$

Mivel az összesen felírható egyenletek közül a hídág feszültségesését tartalmazó egyenletet kihagytuk, az  $E$  elektromotoros erőn kívül még egy adatot, pl. az  $I_3$  hídág-áramot ismertnek kell feltételeznünk. Ily módon az (1)–(5) egyenletrendszerből  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ , tehát  $I_3$  kivételével az összes áramerősség kiszámítható. Határozzuk meg pl.  $I_1$ -et.

Az első három egyenletből

$$I_2 = I_1 - I_3, \quad I_4 = I_0 - I_1, \quad I_5 = I_0 - I_1 + I_3,$$

(4)-be és (5)-be helyettesítve

$$(6) \quad I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_3 R_2 = I_0 R_4 - I_1 R_4 + I_0 R_5 - I_1 R_5 + I_3 R_5,$$

és

$$(7) \quad I_0 R_0 + I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_3 R_2 = E.$$

(6)-ot rendezve az áramok szerint

$$I_1(R_1 + R_2 + R_4 + R_5) = I_0(R_4 + R_5) + I_3(R_2 + R_5),$$

amelyből (7) segítségével  $I_0$ -t kiejtve

$$\begin{aligned} & I_1(R_1 + R_2 + R_4 + R_5)R_0 - I_3(R_2 + R_5)R_0 = \\ & = -I_1(R_1 + R_2)(R_4 + R_5) + I_3(R_4 + R_5)R_2 + E(R_4 + R_5), \end{aligned}$$

ahonnan  $I_1$  kifejezhető:

$$I_1 = \frac{I_3[R_2(R_4 + R_5) + R_0(R_2 + R_5)] + E(R_4 + R_5)}{R_0(R_1 + R_2 + R_4 + R_5) + (R_1 + R_2)(R_4 + R_5)}$$

tehát  $I_1 = aI_3 + bE$  alakú, ahol  $a$  és  $b$  0-tól különböző konstansok, amelyek nem függenek a hídág ellenállásától, tehát a hídág megszakításakor változatlanok. Megszakításkor  $I_3 = 0$  lesz, tehát  $I_1$  csak úgy maradhat változatlan, ha  $I_3$  eredetileg is 0 volt, azaz a híd kiegyenlített.

*Láposy László és Perjés Zoltán (Bp., Piarista g. IV. o. t.)*