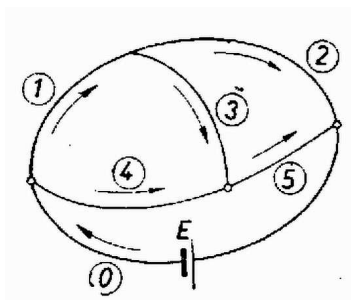


I. megoldás: Tegyük fel, hogy a feladat állításával ellentétben egy kiegyenlítetlen Wheatstone-híd hídágának megszakításakor egyik, pl. az 1-es ágának árama változatlan. Az áramirányokat az ábra mutatja, az áramerőségeket I betűvel és a megfelelő indexezéssel jelöljük.



A hídág megszakításakor I_2 növekszik, mivel $I_1 = I_2 + I_3$, ahol I_3 pozitívról zérusra csökken, I_1 pedig változatlan. Ezzel a hídra jutó feszültség mint az 1-es és 2-es ág feszültségeinek összege, szintén növekszik. Ha feltesszük I_4 csökkenését, akkor I_5 -nek is csökkennie kell, hiszen az $I_5 = I_3 + I_4$ összefüggés miatt az $I_5 > I_4$ egyenlőtlenségből egyenlőség lesz. I_4 és I_5 együttes csökkenése esetén a hídra jutó feszültség mint a 4-es és 5-ös ágak feszültségeinek összege csökken, ami azonban előző megállapításunkkal ellentézik. I_4 tehát nem csökkenhet, de így a híd teljes árama sem csökkenhet, mert $I_0 = I_1 + I_4$, ahol I_1 változatlan. Emiatt a telep belső feszültségesése sem csökkenhet, a hídra jutó feszültség tehát nem nőhet, ellentétben a fentiekkel.

Ugyanígy ellentmondásra jutunk, ha más hídág-áramirányt tételezünk fel, csak a „kisebb” és „nagyobb”, „csökken” és „növekszik”, „+” és „-” jelek ill. kifejezések értelemszerű felcserélését kell elvégeznünk a fenti okoskodásban.

A hídágban tehát nem folyhat áram, a híd kiegyenlített.

Góth László (Bp., Könyves K. g. III. o. t.)

Megjegyzés: A bizonyítás módot ad egy lényeges általánosításra. Mivel a megoldás során fel lett használva a két Kirchhoff-törvény, de az Ohm-törvényből csak annyi, hogy „növekszik az áramerősség, ha a feszültség is növekszik” (tehát nem feltétlenül egyenesen arányosan), a bizonyítás olyan Wheatstone-hídra is alkalmazható, amelynek ágaiban ellenállások helyett pl. félvezetőkből álló elemek állnak. A mai elektrotechnikában gyakoriak az ilyen elemekből álló Wheatstone-hidak, a legtöbb egyenirányítókapcsolás is ilyen.

II. megoldás: Írjuk fel a Kirchhoff-egyenleteket az I. megoldás ábráján látható kiegyenlítetlen Wheatstone-hídra. (A telep belső ellenállását az egységesség kedvéért R_0 -al jelöljük.)

$$\begin{aligned} (1) \quad & I_1 + I_4 = I_0 \\ (2) \quad & I_2 + I_3 = I_1 \\ (3) \quad & I_2 + I_5 = I_0 \\ (4) \quad & I_1 R_1 + I_2 R_2 = I_4 R_4 + I_5 R_5 \\ (5) \quad & I_0 R_0 + I_1 R_1 + I_2 R_2 = E. \end{aligned}$$

Mivel az összesen felírható egyenletek közül a hídág feszültségesését tartalmazó egyenletet kihagytuk, az E elektromotoros erőn kívül még egy adatot, pl. az I_3 hídág-áramot ismertnek kell feltételeznünk. Ily módon az (1)–(5) egyenletrendszerből I_0 , I_1 , I_2 , I_4 , I_5 , tehát I_3 kivételével az összes áramerősség kiszámítható. Határozzuk meg pl. I_1 -et.

Az első három egyenletből

$$I_2 = I_1 - I_3, \quad I_4 = I_0 - I_1, \quad I_5 = I_0 - I_1 + I_3,$$

(4)-be és (5)-be helyettesítve

$$(6) \quad I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_3 R_2 = I_0 R_4 - I_1 R_4 + I_0 R_5 - I_1 R_5 + I_3 R_5,$$

és

$$(7) \quad I_0 R_0 + I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_3 R_2 = E.$$

(6)-ot rendezve az áramok szerint

$$I_1(R_1 + R_2 + R_4 + R_5) = I_0(R_4 + R_5) + I_3(R_2 + R_5),$$

amelyből (7) segítségével I_0 -t kiejtve

$$\begin{aligned} & I_1(R_1 + R_2 + R_4 + R_5)R_0 - I_3(R_2 + R_5)R_0 = \\ & = -I_1(R_1 + R_2)(R_4 + R_5) + I_3(R_4 + R_5)R_2 + E(R_4 + R_5), \end{aligned}$$

ahonnan I_1 kifejezhető:

$$I_1 = \frac{I_3[R_2(R_4 + R_5) + R_0(R_2 + R_5)] + E(R_4 + R_5)}{R_0(R_1 + R_2 + R_4 + R_5) + (R_1 + R_2)(R_4 + R_5)}$$

tehát $I_1 = aI_3 + bE$ alakú, ahol a és b 0-tól különböző konstansok, amelyek nem függenek a hídág ellenállásától, tehát a hídág megszakításakor változatlanok. Megszakításkor $I_3 = 0$ lesz, tehát I_1 csak úgy maradhat változatlan, ha I_3 eredetileg is 0 volt, azaz a híd kiegyenlített.

Láposy László és Perjés Zoltán (Bp., Piarista g. IV. o. t.)