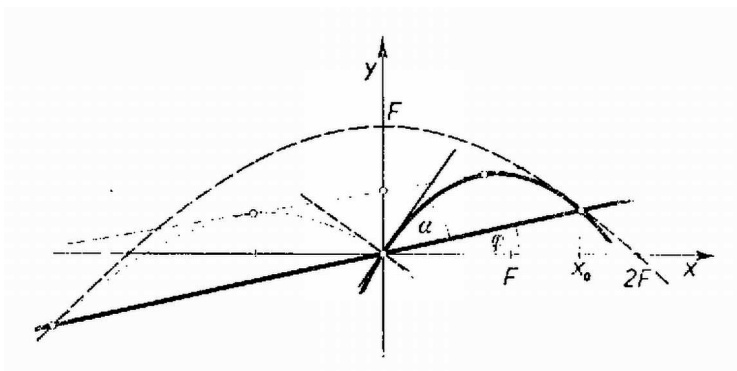


A hajítási pályák burkológörbéjének függvénye:

$$y = F - \frac{1}{4F} x^2, \quad \text{ahol} \quad F = \frac{c^2}{2g},$$

(lásd a burkológörbékről szóló, a decemberi számban közölt cikket). A burkológörbénél messzebb nem kerülhet az elhajított tárgy. A lejtő egyenesének függvénye: $y = x \operatorname{tg} \varphi$.



A két függvény metszéspontját kell megkeresnünk. Az egyenletrendszert megoldjuk, a metszéspont x_0 koordinátája:

$$x_0 = -2F \left(\operatorname{tg} \varphi \mp \frac{1}{\cos \varphi} \right).$$

A burkológörbét adott pontban érintő hajítási pálya kilövési szögének tangense (az idézett cikk szerint)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2F}{x_0} = - \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi \mp \frac{1}{\cos \varphi}}.$$

A negatív előjel a felső, a pozitív az alsó metszéspontra vonatkozik. A képletet átalakítjuk (a negatív előjelet használva):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= - \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{\cos \varphi}} = \frac{1}{\frac{1}{\cos \varphi} - \operatorname{tg} \varphi} = \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \\ &= \frac{\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{\cos^2 \frac{\varphi}{2} + \sin^2 \frac{\varphi}{2} - 2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{(\cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\varphi}{2})(\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2})}{(\cos \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi}{2})^2} = \\ &= \frac{\frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}} + \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}}}{\frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}} - \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\cos \frac{\varphi}{2}}} = \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}{1 - \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right). \end{aligned}$$

Vagyis $\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2} = \varphi + \frac{90^\circ - \varphi}{2}$. Ez azt jelenti, hogy a maximális hajítási távolság szöge a függőleges egyenes és a lejtő szögének felezője. Ugyanígy van ez a lefelé történő hajításnál is. A vízszintes sík esetében érvényes 45° -os eredmény mint speciális eset adódik.

Huber Tibor (Bp., Kossuth L. t. III. o. t.)

Megjegyzések: Nem szükséges, hogy a hajítás síkja a lejtőre merőleges sík legyen. Minden függőleges síkban ugyanez az eredmény; azonban ekkor φ szög a lejtő síkja és a hajítási pálya síkja által adott metszévonalnak a vízszintessel alkotott szögét jelenti. Továbbá meg lehet mutatni, hogy a lejtőre merőleges síkban kapott, legnagyobb hajítási távolságokhoz tartozó parabolák csúcspontjait összekötve olyan egyenest kapunk, amely a függőleges egyenest minden esetben az elhajítási pont felett $F/2$ magasságban metszi és hajlásszögének tangense $\operatorname{tg} \varphi/2$.